



СПИК СЗМА

ISO 9001:2008

ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМЫ ИЗ ЭЛЕМЕНТОВ С ТРЕМЯ СОСТОЯНИЯМИ НА ПК АРБИТР

МОЖАЕВ А.С., НОЗИК А.А., СТРУКОВ А.В.

ОАО "СПИК СЗМА", Санкт-Петербург.

E-mail: info@szma.com



СПИК СЗМА

ISO 9001:2008

Russian Academy of Sciences
Institute of Problems of Mechanical Engineering of RAS
Saint-Petersburg Institute of Informatics and Automation of RAS
"INO_TEL" Ltd.

International Scientific School

Modeling and Analysis of Safety and Risk in Complex Systems



June 28 – July 02, 2011
Saint-Petersburg
Russia

Доклад был представлен на секции
"Риск в технике и экологии»

Международной Научной школы

**«Моделирование и Анализ
Безопасности и Риска в Сложных
Системах»**



Рассмотрены две модели влияния отказов элементов на надежность технической системы

Показана методика решения задач оценивания показателей надежности систем из элементов с тремя состояниями с использованием аппарата групп несовместных событий (ГНС), программно реализованного

- в ПК АРБИТР;**
- в программе Reliability Workbench**

Приведены результаты имитационного моделирования

Приведены доказательства преобразования логических и вероятностных функций для несовместных событий с использованием диаграмм Венна



Модель влияния вида отказов элементов на состояние системы¹:

для последовательного соединения

- отказ хотя бы одного из элементов типа «Обрыв» приводит к отказу всей системы,
- отказ всех элементов типа «Короткое замыкание» приводит к отказу системы,
- отказ нескольких элементов типа «Короткое замыкание» при наличии хотя бы одного работоспособного элемента не приводит к отказу системы;

для параллельного соединения

- отказ хотя бы одного из элементов типа «Короткое замыкание» приводит к отказу всей системы.

¹ *Диллон Б., Синех Ч.* Инженерные методы обеспечения надежности систем. М.: Мир, 1984.



Таблица 1 – Таблица состояний последовательной системы

N сост.	Элемент X1	Элемент X2	Состояние системы Yc	Вероятность состояния (разные эл.)	Вероятность состояния (одинак. эл.)	Группировка
1	N	N	1	$p_1 p_2$	p^2	p^2
2	S	N	1	$q_{s1} p_2$	$q_s p$	$2 p q_s$
3	N	S	1	$p_1 q_{s2}$	$p q_s$	
4	N	O	0	$p_1 q_{o2}$	$p q_o$	$2 p q_o$
5	O	N	0	$q_{o1} p_2$	$q_o p$	
6	O	O	0	$q_{o1} q_{o2}$	q_o^2	q_o^2
7	S	O	0	$q_{s1} q_{o2}$	$q_s q_o$	$2 q_o q_s$
8	O	S	0	$q_{o1} q_{s2}$	$q_o q_s$	
9	S	S	0	$q_{s1} q_{s2}$	q_s^2	q_s^2

$$p = 1 - q_s - q_o, \quad (3)$$

$$R_c = p_1 p_2 + q_{s1} p_2 + p_1 q_{s2}, \quad (1)$$

$$R_c = p^2 + 2 p q_s, \quad (2)$$

$$R_c = p^2 + 2 p q_s = (1 - q_s - q_o)^2 + (1 - q_s - q_o) q_s = 1 - q_s^2 - q_o^2 - 2q_s - 2q_o + 2q_s q_o - 2q_s - 2q_s^2 - 2q_s q_o = 1 - 2q_o + q_o^2 - q_s^2 = (1 - q_o)^2 - q_s^2. \quad (4)$$



$$R_c = p^2 + 2 p q_s = (1 - q_s - q_0)^2 + (1 - q_s - q_0) q_s = 1 - q_s^2 - q_0^2 - 2q_s - 2q_0 + 2q_s q_0 - 2q_s - 2q_s^2 - 2q_s q_0 = 1 - 2q_0 + q_0^2 - q_s^2 = (1 - q_0)^2 - q_s^2. \quad (4)$$

$$R_c = (1 - q_0)^2 - q_s^2$$

$$R_c = R_{co} - Q_{cz} = 1 - (Q_{co} + Q_{cz})$$

$$R_c = \prod_{i=1}^n (1 - q_{0i}) - \prod_{i=1}^n q_{si} = R_{co} - Q_{cz}. \quad (5)$$

«Надежность системы с последовательным соединением есть вероятность того, что система не откажет из-за отказов типа «Обрыв», минус вероятность того, что система откажет из-за отказов типа «Короткое замыкание»².

$$R_c = \prod_{i=1}^n (1 - q_{0i}) - \prod_{i=1}^n q_{si} = R_{co} - Q_{cz}.$$



$$R_c = R_{co} - Q_{cz} = 1 - (Q_{co} + Q_{cz}), \quad (8)$$

Для систем с параллельным соединением элементов - аналогично

² Рябинин И.А. Надежность и безопасность структурно-сложных систем. СПбГУ, 2007.



$$Rb = 1 - \sum_{i=1}^2 Q_{OK} = 1 - Q_{01} - Q_{02}, \quad (6)$$

$$Q_{OK} = 2 \prod_{i=1}^5 q_{si} - \prod_{i=2}^5 q_{si} - \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq 2}}^5 q_{si} - \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq 3}}^5 q_{si} - \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq 4}}^5 q_{si} - \prod_{i=1}^4 q_{si} + \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq 2,4}}^5 q_{si} + \prod_{i=2}^4 q_{si} + \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq 2,3}}^4 q_{si} + \prod_{\substack{i=2 \\ i \neq 3,4}}^5 q_{si}, \quad (7)$$

$$Rc = Rco - Qc3 = 1 - (Qco + Qc3) \quad (8)$$

¹ Диллон Б., Синех Ч. Инженерные методы обеспечения надежности систем. М.: Мир, 1984.



Для решения поставленной задачи в **ПК АРБИТР** используется аппарат групп несовместных событий (**ГНС**) общего логико-вероятностного метода (**ОЛВМ**)^{3,5,7}, который может быть применен не только к отдельным событиям, но и к событиям, объединенным в эквивалентированные схемы.

3. *Черкесов Г.Н., Можяев А.С.* Логико-вероятностные методы расчета надежности структурно-сложных систем. М.: Знание, 1991.

5. *Нозик А.А.* Оценка надежности и безопасности структурно-сложных технических систем. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук. С-Петербург-2005.

7. *Поленин В.И., Рябинин И.А., Свирин С.К., Гладкова И.А.* Применение общего логико-вероятностного метода для анализа технических, военных организационно-функциональных систем и вооруженного противоборства/ Под научным редактированием Можяева А.С. СПб.: НИКА, 2011.

СПИК СЗМА

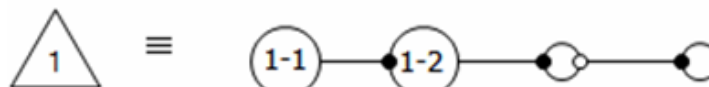
ISO 9001:2008



$$R_c = P_1 * P_2 = 0.49$$

$$P_1 = 1 - q_{01} - q_{s1} = 0.7 \quad P_2 = 1 - q_{02} - q_{s2} = 0.7$$

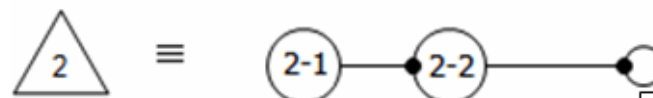
а) Последовательное соединение элементов
(без учета отказов двух типов)



$$P_{1-1} = 1 - q_{01} = 1 - 0.2 = 0.8 \quad P_{1-2} = 1 - q_{02} = 1 - 0.2 = 0.8$$

$$Q_{co} = 1 - P_{1-1} * P_{1-2} = 1 - 0.8 * 0.8 = 0.36$$

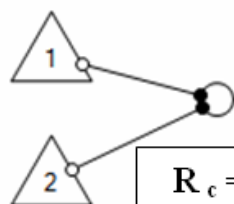
б) Эквивалентированная схема 1 для расчета вероятности отказа системы по "обрыву"



$$P_{2-1} = q_{s1} = 0.1 \quad P_{2-2} = q_{s2} = 0.1$$

$$Q_{cs} = P_{2-1} * P_{2-2} = 0.01$$

в) Эквивалентированная схема 2 для расчета вероятности отказа системы по "замыканию"



$$R_c = 1 - [Q_{co} + Q_{cs}] = 1 - [0.36 + 0.01] = 0.63$$

д) Схема для расчета вероятности безотказной работы последовательной системы с учетом отказов двух типов

i	Pi
[-] Схема 1	
1-1	0.8
1-2	0.8
[-] Схема 2	
2-1	0.1
2-2	0.1

е) Условия задания ГНС



FMECA



Tree Pages

TOP1

Trees

is

EGROUP1

● EVENT X1 S

● EVENT X1 O

EGROUP2

● EVENT X2 S

● EVENT X2 O

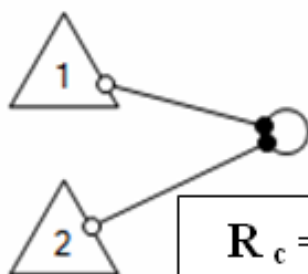
Models

Metric Data

Sequences

Maps

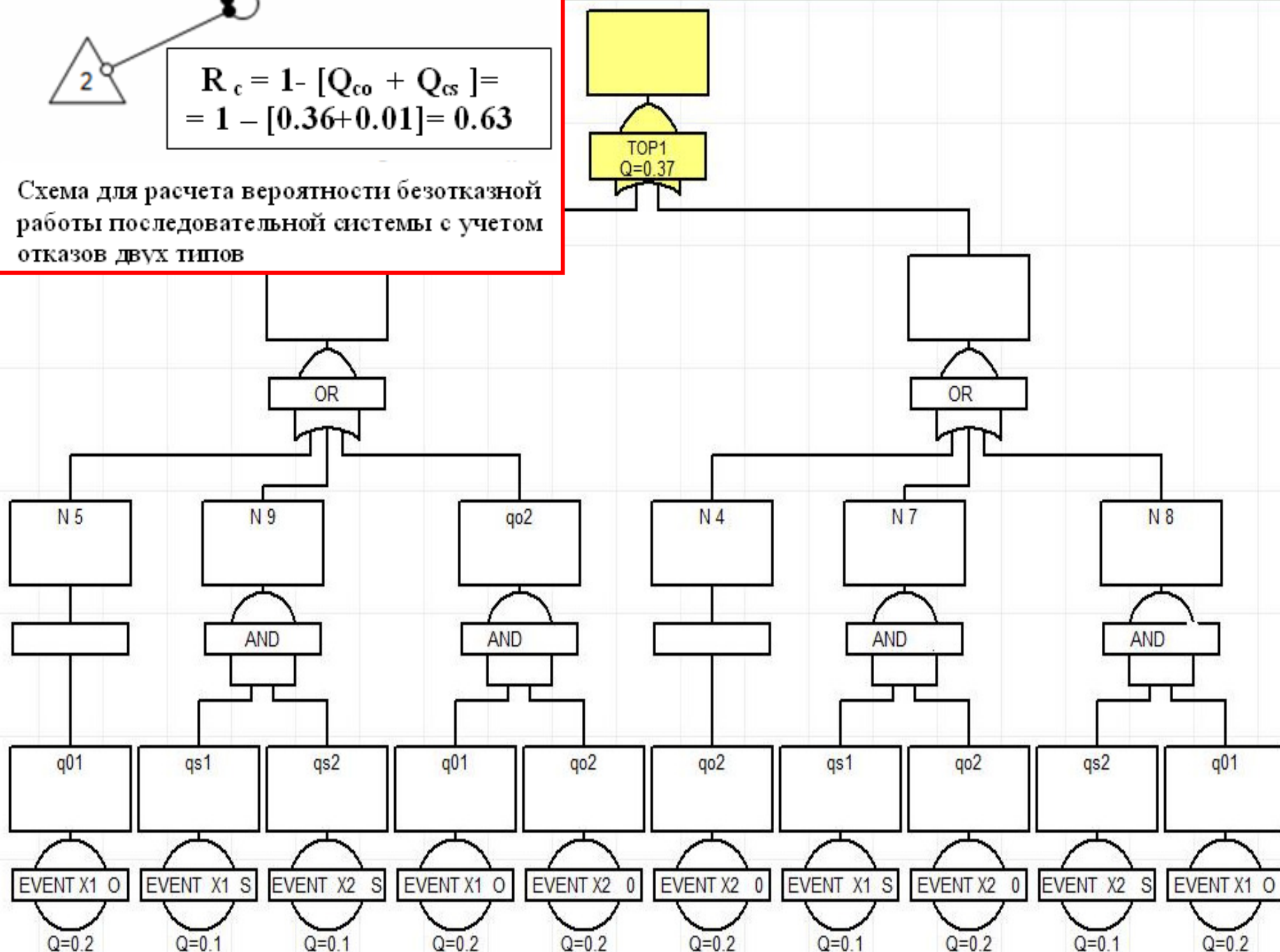
Dynamic Models



$$R_c = 1 - [Q_{co} + Q_{cs}] =$$

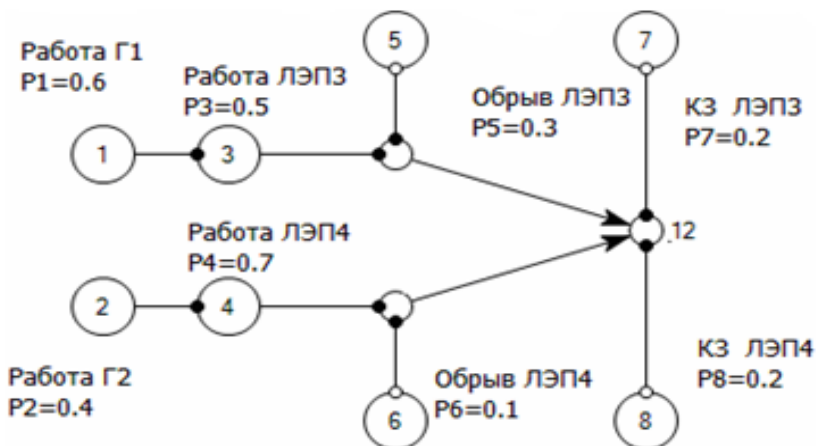
$$= 1 - [0.36 + 0.01] = 0.63$$

d) Схема для расчета вероятности безотказной работы последовательной системы с учетом отказов двух типов

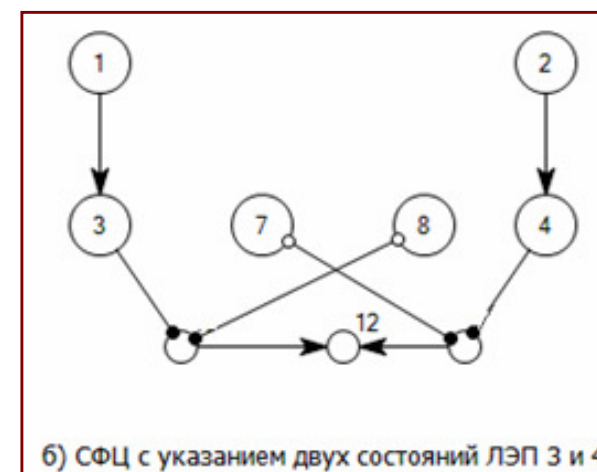




Описание второй модели влияния вида отказов элементов на состояние системы



а) СФЦ с указанием всех состояний ЛЭП 3 и 4



б) СФЦ с указанием двух состояний ЛЭП 3 и 4

$$R_c = P_1 P_3 Q_8 + P_2 P_4 Q_7 - P_1 P_3 Q_8 * P_2 P_4 Q_7. \quad (9)$$

$$\begin{aligned} P_3 * Q_7 &\Rightarrow P_3 \\ Q_8 * P_4 &\Rightarrow P_4. \end{aligned} \quad (10)$$

Тогда выражение (9) с учетом ГНС примет вид

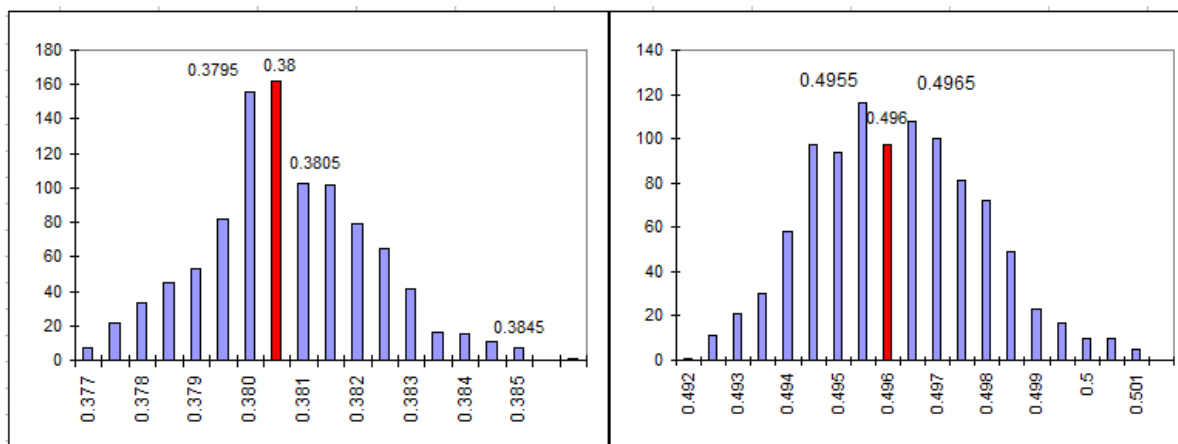
$$R_c = P_1 P_3 Q_8 + P_2 P_4 Q_7 - P_1 P_3 P_2 P_4 = 0.38. \quad (11)$$

$$R_{c_{\text{ГНС}}} = P_1 P_3 + P_2 P_4 - P_1 P_3 P_2 P_4 = 0.496. \quad (12)$$



$$R_c = P_1P_3Q_8 + P_2P_4Q_7 - P_1P_3P_2P_4 = 0.38. \quad (11)$$

$$R_{c6/ГНС} = P_1P_3 + P_2P_4 - P_1P_3P_2P_4 = 0.496. \quad (12)$$



а) с учетом ГНС

б) без учета ГНС

Рисунок 5 – Гистограммы результатов статистического моделирования дублированной системы энергоснабжения

Параметры статистики	С учетом ГНС	Без учета ГНС
Среднее	0.3799	0.4959
Минимум	0.3761	0.4919
Максимум	0.3847	0.5009
СКО	0.00154	0.00169



Выводы:

Таким образом, показано, что логико-вероятностный подход позволяет решать задачи для тех случаев, когда число состояний элементов больше двух, причем изменения состояний элементов являются стохастически зависимыми событиями.

1. На основе развития классических ЛВМ разработаны методики решения задач по оценки надежности систем, состоящих из элементов с тремя состояниями, с использованием ПК АРБИТР.
2. Теоретической основой методики является реализованный в ПК АРБИТР аппарат групп несовместных событий (ГНС)^{3,5,7}.



ПРИЛОЖЕНИЕ 1.

Преобразования логических и вероятностных функций для несовместных событий

Под группой несовместных событий (ГНС) понимается «...множество исходов группы (совокупности) элементарных **бинарных** случайных событий, которые в рассматриваемой модели достоверно не реализуются вместе на заданном интервале времени или в заданный момент...» [3. с. 46].

Пусть несовместными являются прямые события ***a*** и ***b***.

Рассмотрим конъюнкцию обратных событий

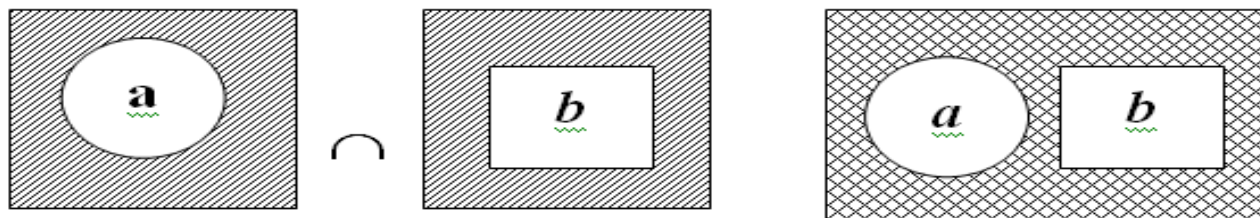


Рисунок ПЗ – Диаграммы Венна. Объединение событий $\bar{a} \cap \bar{b} = I - a - b = I - (a + b)$
События \bar{a} и \bar{b} являются независимыми, следовательно

$$P(\bar{a} \bar{b}) = P(\bar{a}) P(\bar{b}).$$

По аналогии с преобразованиями (П2) и (П3) запишем (П5) в виде

$$\begin{aligned} P(\bar{a} \bar{b}) &= [1 - P(a)][1 - P(b)] = 1 - P(a) - P(b) + P(a)P(b) = 1 - P(a) - P(b) + \\ &= 1 - [P(a) + P(b)] \end{aligned}$$



ПРИЛОЖЕНИЕ 2.

Сводная таблица преобразований логических и вероятностных функций.

Сводная таблица П5 а-с) состоит из четырех подразделов, относящихся к различным комбинациям случаев несовместных событий - прямых и обратных. В столбцах «Ссылка» указаны работы, где соответствующие формулы приведены в авторской редакции.

Таблица П5 а) – Несовместные прямые события a и b

ЛФ	Преобразование ЛФ	ВФ	Преобразование ВФ	Ссылка
Конъюнкции				
$a \wedge b$	0	$P(a \wedge b)$	0	[3, ф.126]
$\bar{a} \wedge b$	b	$P(\bar{a} \wedge b)$	$P(b)$	[3, ф.128]
$a \wedge \bar{b}$	a	$P(a \wedge \bar{b})$	$P(a)$	[3, ф.129]
$\bar{a} \wedge \bar{b}$	$\bar{a} \wedge \bar{b}$	$P(\bar{a} \wedge \bar{b})$	$1 - [P(a) + P(b)]$	[3, ф.127]
Дизъюнкции				
$a \vee b$	$a \vee b$	$P(a \vee b)$	$P(a) + P(b)$	[3, ф.133]
$\bar{a} \vee b$	\bar{a}	$P(\bar{a} \vee b)$	$P(\bar{a})$	
$a \vee \bar{b}$	\bar{b}	$P(a \vee \bar{b})$	$P(\bar{b})$	
$\bar{a} \vee \bar{b}$	1	$P(\bar{a} \vee \bar{b})$	1	[3, ф.134]

Таблица П5 б) – Несовместные события \bar{a} и b

ЛФ	Преобразование ЛФ	ВФ	Преобразование ВФ
Конъюнкции			
$a \wedge b$	b	$P(a \wedge b)$	$P(b)$
$\bar{a} \wedge b$	0	$P(\bar{a} \wedge b)$	0
$a \wedge \bar{b}$	$a \wedge \bar{b}$	$P(a \wedge \bar{b})$	$1 - [P(\bar{a}) + P(b)]$
$\bar{a} \wedge \bar{b}$	\bar{a}	$P(\bar{a} \wedge \bar{b})$	$P(\bar{a})$
Дизъюнкции			
$a \vee b$	a	$P(a \vee b)$	$P(a)$
$\bar{a} \vee b$	$\bar{a} \vee b$	$P(\bar{a} \vee b)$	$P(\bar{a}) + P(b)$
$a \vee \bar{b}$	1	$P(a \vee \bar{b})$	1
$\bar{a} \vee \bar{b}$	\bar{b}	$P(\bar{a} \vee \bar{b})$	$P(\bar{b})$

Таблица П5 с) – Несовместные обратные события \bar{a} и \bar{b}

ЛФ	Преобразование ЛФ	ВФ	Преобразование ВФ	Ссылка
Конъюнкции				
$a \wedge b$	$a \wedge b$	$P(a \wedge b)$	$1 - [P(\bar{a}) + P(\bar{b})]$	[6, ф.1.88]
$\bar{a} \wedge b$	\bar{a}	$P(\bar{a} \wedge b)$	$P(\bar{a})$	[6, ф.1.87]
$a \wedge \bar{b}$	\bar{b}	$P(a \wedge \bar{b})$	$P(\bar{b})$	
$\bar{a} \wedge \bar{b}$	0	$P(\bar{a} \wedge \bar{b})$	0	[6, ф.1.86]
Дизъюнкции				
$a \vee b$	1	$P(a \vee b)$	1	[6, ф.1.89]
$\bar{a} \vee b$	b	$P(\bar{a} \vee b)$	$P(b)$	
$a \vee \bar{b}$	a	$P(a \vee \bar{b})$	$P(a)$	[6, ф.1.90]
$\bar{a} \vee \bar{b}$	$\bar{a} \vee \bar{b}$	$P(\bar{a} \vee \bar{b})$	$P(\bar{a}) + P(\bar{b})$	[6, ф.1.91]



СПИК СЗМА

ISO 9001:2008

Специализированная инжиниринговая компания Севзапмонтажавтоматика

Россия, 199155, Санкт-Петербург,
пер. Каховского, д. 10

Телефон: +7 (812) 350-78-79

Факс: +7 (812) 350-11-13

Общая информация: info@szma.com

Деловые предложения: sales@szma.com

Сайт: <http://www.szma.com>

