И. А. Рябинин

ЛОГИКА И ВЕРОЯТНОСТЬ КАК ИНСТРУМЕНТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОБЛЕМ НАДЕЖНОСТИ И БЕЗОПАСНОСТИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Предисловие

Толчком к написанию этого очерка послужило осознание автором **феноменальности логико-вероятностного исчисления** (ЛВИ) и принципиальной разницы между **вероятностной логикой** (ВЛ) и **логикой вероятностей** (ЛВ).

Необходимость усиления **логической составляющей** монографии [5] диктовалась и неудовлетворенностью состоянием дел на «логическом фронте», о чем автор [6] совершенно справедливо писал:

"... надо отдавать себе отчет, что никакие призывы соблюдать нормы научного мышления не изменяют положения дел на "логическом фронте". В российской науке ситуация может измениться в лучшую сторону только в том случае, если нормы строгого мышления, нормы логика станут нормой повседневного мышления, если логика превратится из науки для избранных в науку для большинства.
Это же может произойти лишь в одном случае, если логика станет непременным элементом образования и школьного, и вузовского. Никому не приходит в голову спрашивать: зачем нужно в школе преподавать русский язык? Зачем надо обучать арифметике? Чтобы люди не мыслили абсурдно, надо, чтобы не возникало только вопроса: зачем нужна логика в системе образования?

Логика нужна не только для того, чтобы умело проектировать и эксплуатировать ЭВМ, логика - в первую очередь элемент общения".

Другой логик Сэмюэль Х. Колдуэлл в уникальной книге «Логический синтез релейных устройств», изданной в Москве в 1962 году [Switching circuits and logical design, WILEY, NEW YORK, 1958], утверждал, что …

«...несмотря на быстрорастущую математическую грамотность инженеров, задача хорошей «связи» между математиками и инженерами все еще остается нерешенной. Большинство инженеров незнакомо с математической логикой и ее символикой. Некоторые из применяемых символов напомнят им, скорее, клеймо, которым пользуются на ранчо на Западе США, чем математические символы < ...>. Прогресс в этой области будет зависеть от наших усилий и способности передавать современные знания в этой области инженерам-практикам, какой бы математической подготовкой и опытом они не обладали».

Именно с целью передачи современных знаний в области математической логики **инженерам-практикам** и задуман этот очерк.

Для чистых математиков А.Н. Колмогоров и А.Г. Драгалин в 1982 году издали в МГУ учебное пособие: «Введение в математическую логику» [ ]. В МГУ была создана кафедра «Математической логики», которую и возглавлял Андрей Николаевич до самой смерти (20.10.87).

В предисловии к этой книге сообщается, что она возникла в результате обработки конспектов лекций (читавшихся обоими авторами) семестрового курса для студентов первого курса механико-математического факультета Московского университета. Авторы высказывали надежду дать **неспециалисту** представление о классических результатах математической логики и подготовить **будущего**

специалиста к изучению более подробных руководств.

Для инженеров будут полезными: § 6. – Булева алгебра, § 7. – Логика высказываний и § 8. – Исчисление высказываний.

1. Взаимоотношение чистой математики и реального мира

Учитывая важное научно-философское значение проблемы **логико-вероятностного исчисления**, до сих пор не признанного чистыми математиками, полезно вспомнить некоторые высказывания их выдающихся представителей о вероятности вообще или о математической статистике, в частности.

Так Р.Е. Калман (Цюрих, Швейцария) в работе [1, с.27] признавался, что побудительной причиной для его доклада в Институте им. В.А. Стеклова явилась одна мысль академика Льва Семеновича Понтрягина (1908-1988), высказанная им в октябре 1969 г. во время посещения им Стэнфорда:

«**Математики не верят в вероятность**».

Этот швейцарский математик и автор так называемого **фильтра Калмана** [2, с.230] писал: …«Я никогда не забывал этой фразы, хотя в то время ее глубокий смысл ускользнул от меня. Я должен был немедленно задаться вопросом: действительно ли это так? Я должен был показать, что она имела в виду целую исследовательскую программу.

Конечно, важно знать, выражал ли Понтрягин свое личное мнение (предубеждение), или же его высказывание надо было расшифровать, как постановку нерешенной научной проблемы. Я никогда не обсуждал с Понтрягиным последний вопрос, но мне хотелось бы поблагодарить его сегодня за то, что он стимулировал мои исследования, сформулировав, может быть, не вполне осознанно, важнейшую проблему наших дней, касающуюся взаимоотношения (чистой) математики и реального мира».

Для некоторых математиков может оказаться сюрпризом, что проблема:

данные $\Rightarrow$ **система** (модель, объясняющая данные), которая должна рассматриваться как основная задача почти для любой отрасли науки, имеет серьезное и интересное математическое содержание, писал далее Р.Е. Калман. Она имеет тесную связь с классической (колмогоровской) теорией вероятностей.

Классические идеи теории систем, касающиеся указанной проблемы, могут быть выражены как принципы **единственности** и **неопределенности**.

Классический (колмогоровский) вероятностный подход **не может работать** в реальных задачах с недостоверными данными. Для того чтобы моделировать неопределенность при помощи вероятностного механизма, необходимо иметь чересчур много информации, которая не может быть извлечена из доступных данных в большой массе практических задач. **Случайность** представляет собой интересное поле деятельности для изучения **ее самой**, но является плохим научным инструментом для работы с **зашумленными** данными. Нас интересует сама система – может быть, неопределенная, но, как мы надеемся, **не случайная**, а вовсе не шум. В статистике сегодня как раз имеется тенденция к обратному. «Я согласен, пишет он, с Колмогоровым, что **«со статистикой что-то не в порядке»**.

Вопрос об идентификации при наличии шума в данных требует отхода от **классической математики**, - не в логике и процедурах, а в изучаемых объектах.

Принцип единственности делает упор на тот бесспорный факт, что научные результаты должны быть получены из объективного рассмотрения данных, а не **самонадеянной игры с моделями по своему вкусу**.

По словам авторов книги [3] еще в 1970 году обнаружилось, что математика, которая требовалась для досконального обоснованного истолкования компьютерных программ, совершенно отличалась от классической **абстрактной математики**. Погоня за обобщениями оказалась столь захватывающей, что целое поколение математиков потеряло способность находить прелесть в частностях, в том числе получать удовольствие от решения численных задач или оценить по достоинству роль математических методов. Под названием **конкретной математики** авторы [3] понимают смесь **КОН**тинуальной и дис**КРЕТНОЙ** математики, упорядоченный набор **инструментов**, позволяющих оперировать с дискретными объектами.

Требование отхода от классической (абстрактной) математики (**не в логике и процедурах!**), а в изучаемых объектах, возникшее из рассмотрения **реальных задач** (с недостоверными исходными данными; истолкованием компьютерных программ; оценками живучести и надежности сложных систем и др.) привело не только к созданию **хороших научных инструментов** для работы с зашумленными данными, но и к дальнейшему расхождению во взглядах на **критерий истины** между чистыми математиками и прикладниками.

Долгое время не удавалось вызвать интерес к ЛВИ у чистых математиков, хотя такие попытки и делались. Так, например, в докладе на Втором международном конгрессе математических методов в надежности в 2000 году [4] мною было дерзко заявлено: … «Математик, в совершенстве знающий алгебру логики и теорию вероятностей, но не знакомый с логико-вероятностными методами (ЛВМ), не может преобразовать функцию алгебры логики (ФАЛ) трех структур [5, с.17] к форме перехода к полному замещению (ФППЗ) и соответствующим вероятностным функциям». При этом в докладе приводились упомянутые ФАЛ [5, с.115, 175, 183] и полученные однопараметрические полиномы [5, с.117, 178. 185].

Среди трех упомянутых структур присутствовала и самая простая (из области структурно-сложных систем (ССС)), собранная по мостиковой схеме.

На мою просьбу, обращенную к чистым математикам, откликнулся профессор, доктор физико-математических наук Хованов Николай Васильевич, подаривший мне к дню Победы 09.05.2004 нижеследующее решение, которое привожу в полном объеме.

Уважаемый Игорь Алексеевич!

Спешу выполнить моё давнее обещание - дать общее чисто теоретико-вероятностное решение Вашей задачи о вероятности состояния сложного вентиля, собранного по «мостиковой схеме» из пяти простых вентилей. Тем способом, который описывается ниже, эта задача обычно решается на практических занятиях со студентами, слушающими элементарный курс теории вероятностей, при прохождении темы «формула полной вероятности». При этом предполагается, что студенты уже умеют проводить преобразования формул событий, используя дистрибутивность операций объединения и пересечения, а также знают формулы сложения и умножения вероятностей и понимают, что такое «независимость событий в совокупности» и что такое «условная вероятность». Надеюсь, что выведенная общая формула (8) будет полезна (безвредна) для Вашей интересной концепции логико-вероятностных вычислений.

С уважением, Н.В. Хованов. 09.05.2004.

P.S. Для учебных целей я попытался максимально «разжевать» все основные положения теории вероятностей, на которых базируется предлагаемое решение задачи. Для этих же целей я использую громоздкие, но дающие четкое представление о логической структуре сложных событий, обозначения для пересечений и объединений соответствующих множеств.

ЗАДАЧА О ВЕРОЯТНОСТИ СЛУЧАЙНОГО СОСТОЯНИЯ СЛОЖНОГО ВЕНТИЛЯ, СОБРАННОГО ПО «МОСТИКОВОЙ СХЕМЕ»

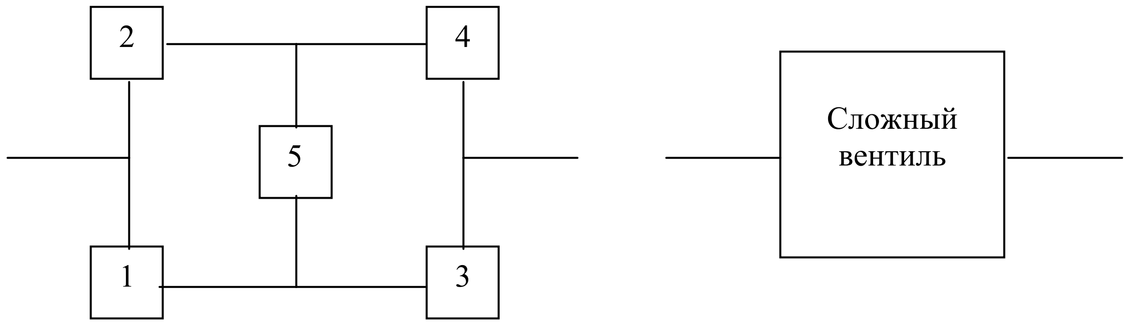

Рисунок 1. Схема сложного вентиля, состоящего из пяти простых вентилей, собранных по «мостиковой схеме».

Рассмотрим так называемую «мостиковую схему», представленную на рис 1, где каждый нумерованный квадрат представляет *простой вентиль,* который может находиться в двух состояниях: «открыто», «закрыто». При открытом простом вентиле поток энергии (вещества) свободно проходит через этот вентиль по двум проводящим путям, подходящим к вентилю и обозначенным отрезками прямой линии. При закрытом простом вентиле движения энергии (вещества) по подходящим к этому вентилю двум проводящим путям не происходит. Рассматриваемая система пяти простых вентилей может интерпретироваться как некоторый *сложный вентиль,* который может находиться в двух состояниях: «открыто» - сложный вентиль проводит поток по двум подходящим к нему проводящим путям; «закрыто» - сложный вентиль не проводит через себя поток энергии (вещества).

Состояние пяти простых вентилей может быть описано вектором $x = (x_1, ..., x_5)$, компонента x_i которого принимает значение $x_i = 1$, если i-й простой вентиль открыт, и значение $x_i = 0$, если i-й простой вентиль закрыт. Состояние сложного вектора описывается функцией $y = g(x) = g(x_1, ...,x_5)$, принимающей значение $y = 1$ при нахождении сложного вектора в состоянии «открыто» и значение $y = 0$ - при закрытом сложном вентиле.

Если наблюдаемое состояние простых вентилей интерпретируется как результат реализации некоторого *случайного испытания* $\tilde{E}$, т. е. если наблюдаемый вектор $x = (x_1, ..., x_5)$ интерпретируется как реализация некоторой пятимерной случайной величины (случайного вектора) $\tilde{x} = (\tilde{x}_1, ..., \tilde{x}_5)$, то и состояние $y = g(x) = g(x_1,..., x_5)$ сложного вектора становится случайным и может интерпретироваться как реализация одномерной случайной величины $\tilde{y} = g(\tilde{x}) = g(\tilde{x}_1, ..., \tilde{x}_5)$, принимающей одно из двух значений (0 или 1). Тогда осмысленной становится задача определения вероятностей различных состояний сложного вентиля (например, вероятности того, что сложный вентиль будет открыт). Для аккуратного описания соответствующего случайного испытания $\tilde{E}$ обратимся к той версии аксиоматической теории вероятности, которая восходит к известным работам А.Н. Колмогорова.

В рамках указанной версии теории вероятностей случайное испытание $\tilde{E}$ описывается *вероятностным пространством,* представляющим собой упорядоченную тройку (Ω, $\mathfrak{U}_\sigma$, P) математических объектов Ω, $\mathfrak{U}_\sigma$, P. Здесь множество $\Omega = \{\omega\}$ есть множество элементарных исходов $\omega \in \Omega$ случайного испытания $\tilde{E}$, множество $\mathfrak{U}_\sigma$ - сигма-алгебра событий (подмножеств множества Ω), на которой задана вероятность P, т.е. нормированная ($P(\Omega) = 1$) сигма-аддитивная функция множеств $P : \mathfrak{U}_\sigma \to [0,1]$). Для построения вероятностного пространства, описывающего случайное испытание, связанное с указанной мостиковой схемой, следует идентифицировать все три компоненты этого вероятностного пространства.

В качестве элементарного исхода ω естественно взять вектор $x = (x_1, ..., x_5)$, $x_i \in \{0,1\}$, описывающий состояние пяти простых вентилей. Тогда множество Ω элементарных исходов $\omega = x = (x_1, ..., x_5)$ состоит из 32 элементов: $\Omega = \{\omega_1, ...,\omega_{32}\}$. В случае конечного множества Ω элементарных исходов обычно в качестве сигма-алгебры событии $\mathfrak{U}_\sigma$ берется множество $\mathcal{B}(\Omega)$ всех подмножеств множества Ω. В нашем случае сигма-алгебра $\mathfrak{U}_\sigma = \mathcal{B}(\Omega)$ событий состоит из 2^{32} элементов (включая невозможное событие $\varnothing$ и достоверное событие Ω). Теперь для определения вероятности P(A) любого события $A \in \mathfrak{U}_\sigma = \mathcal{B}(\Omega)$ достаточно задать вероятности $p_i = P(\{\omega_i\})$ элементарных событий $\{\omega_i\}$, каждое из которых состоит из одного элементарного исхода ω_i соответственно, i = 1, ..., 32. Действительно, вероятность P(*A*) события *A* может быть подсчитана по формуле

$$P(A)= \sum_{i:\omega_i \in A} p_i , \qquad (1)$$

где суммирование ведется по всем индексам *i,* для которых элементарное событие ω_i принадлежит множеству *A* («благоприятствует» событию *A*). Таким образом, вероятность P полностью определяется вероятностями различных состояний $\omega = x = (x_1, ..., x_5)$ пяти простых вентилей. Итак, искомое вероятностное пространство построено и мы можем приступить к решению задачи определения вероятности того, что сложный вентиль, собранный по мостиковой схеме из пяти простых вентилей, будет открыт.

Введем событие $A \in \mathfrak{U}_\sigma = \mathcal{B}(\Omega)$, i = 1, ..., 5, состоящее в том, что i -ый простой вентиль открыт. Событие A_i состоит из тех и только тех векторов $\omega = x = (x_1, ..., x_5)$, у которых на i -ом месте стоит компонента $x_i = 1$. Очевидно, что каждому такому событию A_i благоприятствует $2^4 = 16$ элементарных исходов $\omega = x = (x_1, ..., x_5)$.

Обозначим *B* событие, состоящее в том, что сложный вентиль, собранный по мостиковой схеме, открыт. Для вычисления вероятности *P(B)* события $B \in \mathfrak{U}_\sigma = \mathcal{B}(\Omega)$ воспользуемся *формулой полной вероятности.* Для этого выделим полную группу попарно несовместных событий, состоящую из события A_5 и его дополнения $\overline{A_5}$:
$A_5 \cup \overline{A_5} = \Omega$, $A_5 \cap \overline{A_5} = \varnothing$. Теперь формула полной вероятности принимает вид

$$P(B) = P(B/A_5) \cdot P(A_5) + P(B/\overline{A_5}) . P(\overline{A_5}), \qquad (2)$$

где $P(B/A_5)$ есть вероятность того, что сложный вентиль открыт, вычисляемая при условии открытия 5-го простого вентиля; а $P(B/\overline{A_5})$ -вероятность того, что сложный вентиль открыт, вычисляемая при условии закрытия 5-го простого вентиля.

Очевидно, что при условии осуществления (неосуществления) события A_5 «мостиковый» характер схемы построения сложного вентиля теряется и условные вероятности $P(B/A_5)$, $P(B/\overline{A_5})$ можно вычислить по формулам

$$P(B/A_5) = P((A_1 \cup A_2) \cap (A_3 \cup A_4)), \tag{3}$$

$$P(B/\overline{A_5}) = P((A_1 \cap A_3) \cup (A_2 \cap A_4)). \tag{4}$$

Используя взаимную дистрибутивность операций объединения и пересечения множеств, представим выражение, стоящее под знаком вероятности в правой части формулы (3), в виде следующего объединения пересечений множеств:

$$(A_1 \cup A_2) \cap (A_3 \cup A_4) = (A_1 \cap A_3) \cup (A_1 \cap A_4) \cup (A_2 \cap A_3) \cup (A_2 \cap A_4). \tag{5}$$

Подставляя (5) в (3) и используя *формулу сложения вероятностей,* получаем формулу

$$\begin{aligned} P(B/A_5) &= P(A_1 \cap A_3) + P(A_1 \cap A_4) + P(A_2 \cap A_3) + P(A_2 \cap A_4) - \\ &- P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) - P(A_1 \cap A_2 \cap A_4) - P(A_1 \cap A_3 \cap A_4) - P(A_2 \cap A_3 \cap A_4) + \\ &+ P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) \end{aligned} \tag{6}$$

для вычисления условной вероятности $P(B/A_5)$.

Аналогично, используя формулу сложения вероятностей, получаем из (4) выражение

$$P(B/\overline{A_5}) = P(A_1 \cap A_3) + P(A_2 \cap A_4) - P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) , \tag{7}$$

позволяющее вычислить условную вероятность $P(B/\overline{A_5})$.

Теперь, подставляя в (2) выражения (6), (7) и учитывая, что $P(\overline{A_5}) = 1 - P(A_5)$, получаем искомую формулу

$$\begin{aligned} P(B) =&[P(A_1 \cap A_3) + P(A_1 \cap A_4) + P(A_2 \cap A_3) + P(A_2 \cap A_4) - \\ &- P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) - P(A_1 \cap A_2 \cap A_4) - P(A_1 \cap A_3 \cap A_4) - P(A_2 \cap A_3 \cap A_4) + \\ &+ P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4)] \cdot P(A_5) + [P(A_1 \cap A_3) + P(A_2 \cap A_4) - \\ &- P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4)] \cdot (1 - P(A_5)), \end{aligned} \tag{8}$$

выражающую вероятность того, что сложный вентиль будет открыт через вероятность события A_5, состоящего в открытии 5-го вентиля, и вероятности различных пересечений событий A_1, ..., A_5 .

Рассмотрим два важных частных случая общей формулы (8). Предположив, что события A_1, ..., A_5 независимы в совокупности и обозначив $P(A_i)=P_i$, $i = 1, \ldots, 5,$ получаем из (8) формулу

$$\begin{aligned} P(B) = &[P_1P_3 + P_1P_4 + P_2P_3 + P_2P_4 - P_1P_2P_3 - P_1P_2P_4 - P_1P_3P_4 + \\ &+ P_1P_2P_3P_4] \cdot P_5 + [P_1P_3 + P_2P_4 - P_1P_2P_3P_4] \cdot (1 - P_5), \end{aligned} \tag{9}$$

выражающую вероятность того, что сложный вентиль будет открыт через вероятности событий A_1, ..., A_5.

Если же мы дополнительно к предположению о независимости в совокупности событий A_1, ..., A_5 предположим, что все эти события имеют одну и ту же вероятность $P(A_i) = P_i = P$, то формула (9) примет вид полинома

$$P(B) = 2P^5 - 5P^4 + 2P^3 + 2P^2 , \qquad (10)$$

дающего при $P = 1/2$ интуитивно ожидаемое значение $P(B) = 1/2$ вероятности того, что сложный вентиль будет открыт.

Метод решения этой задачи с помощью ЛВИ показан в [5, с. 116]. Независимый читатель может самостоятельно сравнить **чисто теоретико-вероятностное решение** с нашим и ответить на вопросы:

- видите ли Вы какие-либо достоинства и преимущества ЛВИ при **практическом** решении таких задач инженерами ?

- каковы перспективы программирования таких задач для ЭВМ ?

А один фундаментальный вывод следует сформулировать уже сейчас.

Теоретико-вероятностное решение задач на сложных структурах подтвердило абсолютную правильность и точность их решения с помощью ЛВМ.

Однако среди чистых математиков оказался один [6], который сомневается в верности решений на базе ЛВИ. Приведем первую цитату из [6]:

«Алгебра логики высказываний исходит из полной определенности объектов изучения. Теория же вероятностей предполагает неопределенность в совершении событий. Таким образом, в одной теории объединяются отрицающие друг друга начала: полная определенность и неопределенность. Не говорит ли это об очевидном противоречии, лежащим в основе логико-вероятностной теории ?»

Но это не единственный **промах**, допущенный авторами ЛВМ. Второй требует более детального рассмотрения. Приводим и вторую цитату:

«Как понимать сочетание слов «вероятность истинности функций алгебры логики» ? Обойти этот вопрос нельзя, поскольку действия в ЛВМ сводятся к вычислению вероятности вида

$$\mathrm{P}\{\bigvee_{l=1}^{d}[\bigwedge_{i\in K_l} \mathrm{Z_i}]=1\}, \qquad (11)$$

где P – символ вероятностного функционала,

$\bigvee_{l=1}^{d}$ - дизъюнкция, состоящая из d дизъюнктивных членов, каждый из которых $\bigwedge_{i\in K_l} \mathrm{Z_i}$ представляет собой конъюнкцию элементов $\mathrm{Z_i}$, принимающих значение либо 0, либо 1.

Единица в алгебре логики высказываний символизирует истину. В фигурных скобках выражения (11) написано сложное высказывание, утверждающее, что дизъюнкция конъюнкций истина. Все выражение (11) суть вероятность того, что формула алгебры логики

$$\bigvee_{l=1}^{d} [\bigwedge_{i\in K_l} Z_i]$$

истина.

В теории вероятностей рассматриваются и оцениваются события, а не высказывания, посредством которых сообщается о событиях. Если обратиться к широко известным курсам теории вероятностей, например, [7, 8, 9], то обнаружим, что говорить о вероятности истинности высказываний не принято, по крайней мере общеизвестные учебники такого не предлагают. <…>

В алгебре логики высказываний изучается сугубо дискретный объект, принимающий только два значения, а не непрерывный. Высказывания либо истинны, либо ложны. Никаких других истинностных значений, промежуточных между ложью и истиной (между 0 и 1), они в алгебре логики не принимают. На этом основаны многие утверждения алгебры логики высказываний. К их числу можно отнести, например, утверждение о приведении любой формулы к дизъюнктивной нормальной форме.

Таким образом, формула (11) лишена смысла и с позиции традиционной теории вероятностей, и с позиции давно сложившейся алгебры логики высказываний.

С точки зрения этих наук абсурдно говорить об «истинности событий» и о «вероятности высказываний», поскольку истинность – характеристика высказываний, но не событий, а вероятность – характеристика событий, но не высказываний. Каждое высказывание феноменально. Бессмысленно говорить об их массовости в теоретико-вероятностном смысле.»

После данной «критики» ЛВМ не случайным прохожим, а все же грамотным математиком, у которого в приведенных цитатах встречаются даже правильные мысли:

- о полной определенности объектов изучения и неопределенности в совершении событий;
- о дискретности объектов изучения и непрерывности вероятности, как характеристики событий,

необходимо объяснить **феномен ЛВИ** более подробно.

2. ЛВИ – это не вероятностная логика

Логико-вероятностное исчисление (методы) создавалось не чистыми математиками, а инженерами; и не как «интересное поле деятельности для изучения его самого», а как разработка хорошего научного инструмента для работы с «зашумленными» данными.

Здесь уместно привести третью цитату из работы [6]: … «Появление на свет ЛВМ говорит о том, что его авторами была осознана потребность в теории, в которой фигурируют логические связки, а рассматриваемый функционал принимает значения сплошь из некоторого промежутка, т.е. является непрерывным. Иными словами, ими была осознана потребность в непрерывной логике. Поскольку в своем методе они используют алгебру логики высказываний, это говорит о том, что им хотелось бы располагать непрерывной логикой со свойствами булевости.»

Нет, не хотелось авторам ЛВМ разрабатывать **вероятностную логику**, в которой действительно исследуются высказывания, принимающие не только два значения (истина и ложь), а множество степеней правдоподобия. В связи с отсутствием определения и этого понятия в математических словарях [10, 11], назовем хотя бы три работы, где говорится о вероятностной логике [12, 13, 14].

Итак, речь идет о разработке не вероятностной логики, а **логике вероятностей** (!).

Перестановка этих двух слов коренным образом меняет суть проблемы.

Так, например, в книге [14, с. 195] § 10 назван «Элементы **вероятностной логики**», а по существу в нем четко рассматривались элементы **логики вероятностей**, где выделенные элементы принимают значения только 0 и 1, а не любые значения в промежутке [0; 1] как у Дж. Неймана [12].

С помощью ЛВИ удалось **соединить булеву алгебру с теорией вероятностей** не только для простейших структур, но и структур, формализация которых приводит к функциям алгебры логики повторного типа. В состав этого своеобразного «мостика знаний» входят несколько доказанных теорем, свойств и алгоритмов, которые и составляют математическую основу ЛВИ.

Нормированная булевская алгебра измеримых подмножеств сегмента [0,1] послужила образцом построения аксиоматики вероятностей А.Н. Колмогорова (1929).

Еще раньше (1917) С.Н. Бернштейн предложил рассматривать сами вероятности **событий x_i** как вероятности истинности названных **высказываний** $P\{x_i = 1\}$.

Булева алгебра – это алгебраическая система, которая в зависимости от обстоятельств может быть интерпретирована либо как система **событий**, либо как система **высказываний**. Аксиомы булевой алгебры выражают то общее, что роднит **«события» и «высказывания»**.

Взаимные переходы от языка высказываний к языку событий и обратно совершаются таким образом, что каждому событию сопоставляется высказывание о его наступлении, а высказыванию сопоставляется событие, состоящее в том, что оно оказалось истинным.

Логико-вероятностное исчисление – специальный раздел дискретной математики, в котором установлены четкие правила замещения логических аргументов (x_i) в функциях алгебры логики – $y(x_1, \ldots, x_n)$ вероятностями их истинности $P\{x_i = 1\}$ и логических операций: конъюнкции ($\wedge$), дизъюнкции ($\vee$), отрицания ($\neg$) арифметическими операциями: умножения ($\times$), сложения (+), вычитания (-).

Вероятностная функция (ВФ) – это вероятность истинности функции алгебры логики, т.е.

$$P\{\, y(x_1, \ldots, x_n) = 1 \,\}\ .$$

Событийная теория вероятностей и математическая логика в случае исчисления высказываний являются дистрибутивными структурами, и поэтому такое определение вероятностной функции соответствует определению А.Н. Колмогорова [15, с. 36].

Прямое замещение истинностных значений высказываний в функциях **работоспособности** (в теории надежности) или в функциях **опасности** (в теории безопасности) до разработки логико-вероятностного исчисления было возможно только для систем, имеющих простую структуру: последовательную, параллельную или древовидную.

Для систем, имеющих сложную структуру (мостиковую, сетевую и др.) прямое замещение истинностных значений высказываний x_i на их вероятности $P\{x_i = 1\}$ требует специальных преобразований ФАЛ, т.е. алгоритмов, которые и были разработаны российскими учеными научной школы **логико-вероятностных методов** для исследования проблем надежности, живучести и безопасности (НЖБ) структурно-сложных систем (ССС) [16].

Объединяя в ЛВИ полную определенность (при формализации задачи) с неопределенностью состояния (каждого элемента системы), это не отрицающие друг друга начала, а **удачно дополняющие компоненты**, обеспечивающие прозрачность и точность расчетов, а не вычислительные вольности [17, 18].

В поисках прародителей ЛВИ с помощью профессора Хованова Н.В. в 2004 г. удалось обнаружить работу французского математика Rouche N. [19], в которой указывается, как нужно изменить совершенную дизъюнктивную нормальную форму (СДНФ), чтобы вместо **логических** переменных можно было подставить **вероятности** их осуществления и таким образом получить **вероятность осуществления сложного высказывания**.

Продолжения идей Руша в разработке ЛВИ (чтобы не только в СДНФ, но и просто в ДНФ можно было заменить логические переменные их вероятностями) найти не удалось, что связано, очевидно, с переключением его научных интересов в область теории устойчивости [20, 21].

Однако весьма симптоматично замечание профессора Москатова Г.К. на работу [19], где он критикует Н. Руша за то, что … «он ограничивает вероятность истинности булевой функции лишь значениями вероятности **достоверного** и **невозможного** события». И только в 2005 году для меня стало ясно, что Генрих Карлович, как и Дж. Нейман, был приверженцем **вероятностной логики**, а не ЛВИ.

3. Логико-вероятностные методы как инструмент исследования

Логико-вероятностное исчисление – это конкретная математика, это теория, но еще не **научный инструмент** для работы с «зашумленными» данными.

Хорошим научным инструментом являются **логико-вероятностные методы (ЛВМ)**, разработанные на базе ЛВИ. А под «зашумленными» данными мы понимаем **случайные** события с аргументами ФАЛ (отказы элементов в надежности, инициирующие события в безопасности, разрушающие воздействия в живучести).

Логико-вероятностным методам долгое время не уделялось достойного внимания и рекламы как со стороны разработчиков, так и потребителей. Разработчикам казалось, что их достоинства очевидны, а хвалить их – нескромно; а большое число так называемых потребителей чаще всего работали на оборону, и их «скромность» не требует разъяснений.

История возникновения, становления и развития ЛВМ была опубликована в [16] и других изданиях.

Можно уважать солидную историю ЛВМ, соглашаться с их широкими возможностями, но зачем, спрашивается, мучиться, если есть и другие методы, решающие аналогичные задачи. Доказательство достоинств чего-либо всегда требует весомых аргументов, а их демонстрация нуждается в примерах.

В качестве первого примера продолжим изучение структуры, представленной на рис. 1 .

Подробное решение этой задачи логико-вероятностным методом представлено в монографии [5, с. 115], где полином (5.9) полностью совпадает с результатом (10) и получен в несколько раз быстрее.

Усложним условия задачи на этой же структуре за счет элементов с тремя состояниями (отказ типа «обрыв», отказ типа «замыкание», исправная работа).

Задача, стоящая перед системой, формулируется следующим образом: система должна передавать информацию (энергию, вещество) от входов в нее до выходов и быть способной к ее прекращению в любой момент времени (т.е. не должно быть замыкания всей трассы электроэнергии, невозможности закрытия клапанов на магистралях трубопроводов и др.).

Эта задача в теории надежности существует с 1956 года, и ей посвящены десятки публикаций зарубежных авторов [23], а в последние годы она заинтересовала и отечественных [24, 25].

В основу их метода положено преобразование эквивалентных по надежности схем «треугольник-звезда», позволяющие представить мостиковую структуру в последовательно-параллельное соединение эквивалентных элементов. Указанное преобразование требует решения системы нелинейных алгебраических уравнений и достаточно громоздких аналитических выкладок, приводящих к кубическому уравнению, из трех корней которого следует выбрать только те, которые удовлетворяют условию $0 < Q_i < 1$.

Кроме громоздкости аналитических выкладок и многоэтапности преобразований, при которых происходит существенное размножение эквивалентных элементов, абсолютно точного решения этим методом получить в принципе невозможно. В работе [5, с. 180] дано точное решение этой задачи логико-вероятностным методом и сделано заключение о закрытии целого направления с преобразованием «звезда-треугольник», которым занималось не одно поколение ученых.

В качестве второго примера следует сослаться на Задачу № 35 [26], в которой рассматривалась система с кольцевой структурой, состоящей из 15 элементов [5, с. 17, 182]. Феномен интереса к задаче № 35 на протяжении 35 лет можно объяснить ее относительной сложностью при небольшом числе элементов, а также желанием лучше разобраться в ЛВМ, графах и матрицах связности. Многие годы она выполняла тестовую роль при проверке ЭВМ, а в последнее время на ней происходило сравнение программных комплексов (ПК) трех солидных организаций: 1) ФГУП СПб НИ и проектно-конструкторский институт «АТОМЭНЕРГОПРОЕКТ»; 2) специализированная инжиниринговая компания «СЕВЗАПМОНТАЖАВТОМАТИКА»; 3) Институт проблем управления (ИПУ) им. В.А. Трапезникова. В результате одиннадцать специалистов, проводивших это исследование, пришли к общему заключению следующего содержания (п. 3): «Считаем целесообразным объединить усилия организаций – исполнителей данной работы и приступить к разработке на базе общего ЛВМ технологии и ПК АСМ СЗМА отечественных специализированных программных комплексов автоматизированного структурно-логического статического и динамического моделирования, расчета показателей и оптимизации надежности, безопасности и риска функционирования сложных систем для различных отраслей промышленности».

Интеллектуальным ядром всего этого направления исследований сложных систем (технических, организационных, финансовых и др.) являются: ЛВ **теория** (ЛВИ), ЛВ **методы** (алгоритмы) и ЛВ **программы** (программные комплексы).

Одним из достоинств ЛВИ, ЛВМ и ЛВП является их ясность, незамаскированность, прозрачность. Авторы [27] под прозрачностью понимают возможность увидеть явление не только в целом, но и его детали.

Это достигается не только благодаря конкретной математике, но и за счет сознательного упрощения задачи исследования.

Понимая как аксиому утверждение: произведение **широты** модели (Ш) на **глубину** ее познания (Г) есть **constant** (С), т.е. $Ш \times Г = С$, мы ценим именно глубину исследования, жертвуя ради нее учетом многочисленных других особенностей любой сложной системы. Завышенные цели и попытки учесть побольше черт действительности чаще всего оборачиваются конфузом и дискредитацией даже хорошей математики. Так, например, в одной работе предлагалось в модели безопасности учитывать нравственность людей, правовые нормы, медицинские меры, динамику процессов и др. Ну, а если бы даже и удалось учесть все это и получить конкретную меру опасности, то совершенно не ясно, что следует практически делать с этой цифрой. Другое дело объективное получение **ранжировки** вклада каждого элемента (инициирующего условия) в опасность всей системы, что позволяет хотя бы разумно расходовать ограниченные ресурсы на обеспечение ее безопасности.

Перефразируя Б. Пастернака об опыте больших поэтов, скажем: **простота** всего важнее людям, но **сложное** приятней им. Вот и рождаются все более сложные модели, учитывающие на «бумаге» гораздо больше связей (чем логико-вероятностная теория), но мало понятные пользователям и бесполезные практике.

4. Логические уравнения

Уравнение – аналитическая запись задачи о разыскании значений аргументов, при которых значения двух данных функций равны

$$f_1(x_1, \ldots, x_n) = f_2(x_1, \ldots, x_n), \qquad (12)$$

где x_i – **неизвестные** аргументы.

Решениями (корнями) уравнения являются такие значения неизвестных аргументов x_i, при которых соблюдается равенство (12). О таких значениях неизвестных говорят, что они удовлетворяют данному уравнению.

Системой уравнений называется совокупность уравнений, для которых требуется найти значения неизвестных, удовлетворяющих одновременно всем уравнениям.

Равносильными уравнениями называются такие два уравнения, при которых каждое решение одного уравнения является решением и другого уравнения, и наоборот.

Оба уравнения рассматриваются в одной и той же области.

Процесс разыскания решений уравнения заключается обычно в **замене** уравнения **равносильным**.

С наиболее общей точки зрения уравнение является записью задачи о разыскании таких элементов *a* некоторого множества *A*, что

$$F(a) = \Phi(a), \qquad (13)$$

где F и Φ – заданные отображения множества *A* в множество *B*.

В Математическом энциклопедическом словаре [31, с. 603] сообщается об алгебраических уравнениях, трансцендентных, тригонометрических, логарифмических, показательных, иррациональных уравнениях, но ничего не сказано о **логических уравнениях**. Будем ориентироваться на запись (13), как наиболее общую точку зрения.

Хотя слова «логические уравнения» уже присутствовали в работе [32, с. 243].

В работе [29, с. 40] авторы ввели понятие **системы логических уравнений** в виде

$$y = y(f_1, f_2, \dots, f_n), \tag{14}$$

$$f_i = a_i \vee a_{i1}f_1 \vee a_{i2}f_2 \vee \dots \vee a_{in}f_n, \quad i = 1, \dots, n, \tag{15}$$

где a_i – функции алгебры логики, выраженные через логические переменные x.

Утверждалось, что такая запись удобна, так как учитывает только непосредственные логические связи элементов в структуре системы, сравнительно легко просматриваемые даже в весьма сложной системе.

Очевидность логических связей и простота составления логических уравнений (14) позволяет избежать многих ошибок на этапе записи функции работоспособности (или опасности) системы.

В работе [30, с.100] авторы подчеркнули сложность восприятия логических уравнений, заключающуюся в невозможности переноса понятий **алгебраических уравнений** на логические уравнения путем замены сложения дизъюнкцией, а умножения конъюнкцией, так как в булевой алгебре отсутствуют операции, эквивалентные вычитанию и делению.

Для лучшего понимания последующего изложения целесообразно вернуться к некоторым понятиям функций одной и двух переменных. Так как общее число функций *m* переменных равно 2^{2^m}, то для $m = 1$ имеем всего четыре функции

Табл. 1.

f_i \ x	0	1	Названия
f_0	0	0	Тождественный нуль
f_1	0	1	x - аргумент
f_2	1	0	$\bar{x}$ - отрицание аргумента
f_3	1	1	Тождественная единица

Десятичный номер *i* соответствует двоичному номеру, образованному *i*-ым набором значений двоичных переменных.

Две формулы F и G считаются **равносильными** или **логически эквивалентными**, если формула

$$F \equiv G \tag{16}$$

является тавтологией.

В таблице 1 приведены четыре попарно не равносильных операции над одним высказыванием, которые можно записать и так [33, с. 42]:

$$\left.\begin{aligned} &F_1(A) \Leftrightarrow A \wedge \neg A, \\ &F_2(A) \Leftrightarrow A, \\ &F_3(A) \Leftrightarrow \neg A, \\ &F_4(A) \Leftrightarrow A \vee \neg A, \end{aligned}\right\}$$

(17)

где $\Leftrightarrow$ – знак «тогда и только тогда, когда»,

$\neg$ – знак отрицания.

Для двух высказываний имеется 16 попарно не равносильных высказываний или функций двух переменных (табл. 2).

Табл. 2.

x_1	0011	Обозначения		Логические связки	
x_2	0101	Основные	Другие	Наименование операции	Как читать
1	2	3	4	5	6
f_0	0000	0	0	Тождественный нуль	Тождественный нуль
f_1	0001	$x_1 x_2$	$x_1 \wedge x_2$; $x_1 \& x_2$	Конъюнкция	x_1 и x_2
f_2	0010	$x_1 \leftarrow x_2$	$x_1 \setminus x_2$	Отрицание импликации, запрет	x_1, но не x_2 ; неверно, что x_1 влечет x_2
f_3	0011	x_1	x_1	Утверждение x_1	x_1
f_4	0100	$x_2 \leftarrow x_1$	$x_2 \setminus x_1$	Отрицание обратной импликации	не x_1, но x_2 ; неверно, что x_2 влечет x_1
f_5	0101	x_2	x_2	Утверждение x_2	x_2
f_6	0110	$x_1 \oplus x_2$	$\overline{x_1 \sim x_2}$	Сумма по модулю 2, отрицание эквивалентности	либо x_1, либо x_2 ; x_1 не эквивалентно x_2
f_7	0111	$x_1 \vee x_2$	$x_1 \vee x_2$	Дизъюнкция	x_1 или x_2 ; ($x_1 \parallel x_2$)
f_8	1000	$x_1 \downarrow x_2$	$\overline{x_1 \vee x_2}$, $\overline{x_1} \wedge \overline{x_2}$	Стрелка Пирса, отрицание дизъюнкции	ни x_1, ни x_2
f_9	1001	$x_1 \sim x_2$	$\overline{x_1 \oplus x_2}$	Эквиваленция, равнозначность, отрицание суммы по модулю 2	x_1 тогда и только тогда, когда x_2 ; x_1 эквивалентен x_2
f_{10}	1010	$\overline{x_2}$	x_2'	Отрицание x_2 (инверсия)	не x_2
f_{11}	1011	$x_2 \to x_1$	$x_1 \subset x_2$ $x_2 \supset x_1$	Обратная импликация	если x_2, то x_1 ; x_1 если x_2 ; x_2 влечет x_1
f_{12}	1100	$\overline{x_1}$	x_1'	Отрицание x_1 (инверсия)	не x_1
f_{13}	1101	$x_1 \to x_2$	$x_1 \supset x_2$	Импликация	если x_1, то x_2 ;

					x_1 влечет x_2 ; x_1 имплицирует x_2
f_{14}	1110	$x_1 \mid x_2$	$\overline{x_1 x_2}$, $\overline{x}_1 \vee \overline{x}_2$	Штрих Шеффера, отрицание конъюнкции	x_1 и x_2 несовместны; неверно, что x_1 и x_2
f_{15}	1111	1	1	Тождественная единица	Тождественная единица

Все перечисленные операции выражены через три: отрицание, конъюнкцию и дизъюнкцию. Через эти три операции выражаются и все n-местные операции по высказываниям при любом n.

Существуют **базисы**, состоящие только из одной двуместной операции, например, стрелка Пирса и штрих Шеффера.

Остановимся подробнее на вышеуказанных трех операциях, называемых в алгебре логики **булевым базисом**.

Под символами A, B, C будем понимать как логические переменные, так и логические функции.

Два высказывания A и B называются **равнозначными** (не путать с равносильными) A ~ B, если эта функция принимает 1 в тех случаях, когда оба аргумента имеют одинаковое значение, и значение 0, когда аргументы имеют разные значения (см. функцию f_9 в табл. 2).

Существенное значение для понимания многих преобразований в алгебре логики имеют некоторые свойства и законы с высказываниями. В таблице 3 приведены свойства **констант, идемпотентность, склеивания**.

Табл. 3.

№	Свойства	Конъюнкция	Дизъюнкция
1	констант	$A \wedge 0 = 0$; $A \wedge 1 = A$	$A \vee 0 = A$; $A \vee 1 = 1$
2	идемпотентности	$A \wedge A \wedge \ldots \wedge A = A$	$A \vee A \vee \ldots \vee A = A$
3	склеивания	$A \wedge \overline{A} = 0$	$A \vee \overline{A} = 1$

В таблице 4 в компактной форме представлен ряд законов алгебры логики.

Табл. 4.

№	Закон	Конъюнкция	Дизъюнкция
1	Сочетательный (ассоциативный)	$A \wedge (B \wedge C) =$ $= (A \wedge B) \wedge C$	$A \vee (B \vee C) =$ $= (A \vee B) \vee C$
2	Переместительный (коммутативный)	$A \wedge B = B \wedge A$	$A \vee B = B \vee A$
3	Распределительный (дистрибутивный)	$A \wedge (B \vee C) =$ $= A \wedge B \vee A \wedge C$	$A \vee (B \wedge C) =$ $= (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
4	Двойственности	$\overline{A \wedge B} = \overline{A} \vee \overline{B}$	$\overline{A \vee B} = \overline{A} \wedge \overline{B}$
5	Поглощения	$A \wedge (A \vee B) = A$	$A \vee (A \wedge B) = A$
6	Склеивания	$(A \vee B) \wedge (\overline{A} \vee B) = B$	$(A \wedge B) \vee (\overline{A} \wedge B) = B$
7	Ортогонализации	$A \wedge (\overline{A} \vee B) = A \wedge B$	$A \vee (\overline{A} \wedge B) = A \vee B$

8	Де Моргана	$\overline{A \wedge B} = \overline{A} \vee \overline{B}$	$\overline{A \vee B} = \overline{A} \wedge \overline{B}$
9	Противоречия	$A \wedge \overline{A} = 0$	—
10	Исключенного третьего	—	$A \vee \overline{A} = 1$
11	Двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	—

Логическим уравнением будем называть равенство двух **логических** функций

$$f_1(x_1, \dots, x_m) = f_2(x_1, \dots, x_m) \qquad (18)$$

с одинаковыми областями определения, которое выполняется на некоторых наборах независимых переменных x_i.Эти наборы аргументов, при которых справедливо равенство (18), называется **решениями уравнения**, причем множество всех наборов будет **общим решением**, а отдельный набор или подмножество называют **частным решением уравнения**.

Пусть $f_1(x_1, x_2) = x_1 \overline{x_2}$, а $f_2(x_1, x_2) = x_1 \vee \overline{x_2}$.

Логическое уравнение $x_1 \overline{x_2} = x_1 \vee \overline{x_2}$ имеет два частных решения в виде наборов {0, 1} и {1, 0} (табл. 5)

Табл. 5

	x_1	x_2	$x_1 \overline{x_2}$	$x_1 \vee \overline{x_2}$
1	0	1	0	0
2	1	0	1	1

или одно общее решение {0, 1; 1, 0}.

Пусть $f_1(x_1, x_2) = x_1 \overline{x_2}$, а $f_2(x_1, x_2) = x_1 \vee x_2$.

Логическое уравнение $x_1 \overline{x_2} = x_1 \vee x_2$ также имеет два частных решения в виде наборов {0, 0} и {1, 0} (табл. 6).

Табл. 6

	x_1	x_2	$x_1 \overline{x_2}$	$x_1 \vee x_2$
1	0	0	0	0
2	1	0	1	1

А уравнение $x_1 \overline{x_2} = \overline{x_1} \vee x_2$ не имеет никаких решений (табл. 7).

Табл. 7

	x_1	x_2	$x_1 \overline{x_2}$	$\overline{x_1} \vee x_2$
1	0	0	0	1
2	0	1	0	1

3	1	0	1	0
4	1	1	0	1

Равенство (18) будет справедливо, т.е. истинно, если его обе части будут равны единице (вторые наборы в табл. 5 и 6), или нулю (первые наборы в табл. 5 и 6), что можно записать эквивалентным уравнением

$$y(x_1, \ldots, x_m) = f_1(x_1, \ldots, x_m)\, f_2(x_1, \ldots, x_m) \vee \overline{f_1}(x_1, \ldots, x_m)\, \overline{f_2}(x_1, \ldots, x_m) = 1\,. \qquad (19)$$

Доказательством равнозначности (18) и (19) является представление эквиваленции в табл. 8.

Табл. 8

	f_1	f_2	$f_1 f_2 \vee \overline{f_1}\,\overline{f_2}$
1	0	0	1
2	0	1	0
3	1	0	0
4	1	1	1

Для уравнения $x_1\overline{x_2} = x_1 \vee \overline{x_2}$, имеем

$$y(x_1, x_2) = x_1\overline{x_2}\,(x_1 \vee \overline{x_2}) \vee (\overline{x_1\overline{x_2}})(\overline{x_1 \vee \overline{x_2}}) = x_1\overline{x_2}\begin{vmatrix} x_1 \\ \overline{x_2} \end{vmatrix} \vee \begin{vmatrix} \overline{x_1} \\ x_2 \end{vmatrix}(\overline{x_1}\,x_2) = x_1\overline{x_2} \vee \overline{x_1}\,x_2 = 1\,.$$

Аналогично для уравнения $x_1\overline{x_2} = x_1 \vee x_2$ находим решение по (19)

$$y(x_1, x_2) = x_1\overline{x_2}\,(x_1 \vee x_2) \vee (\overline{x_1\overline{x_2}})(\overline{x_1 \vee x_2}) = x_1\overline{x_2}\begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \end{vmatrix} \vee \begin{vmatrix} \overline{x_1} \\ x_2 \end{vmatrix}(\overline{x_1}\;\overline{x_2}) = x_1\overline{x_2} \vee \overline{x_1}\;\overline{x_2} = \overline{x_2}\,,$$

которое на наборах {0, 0; 1, 0} имеет $\overline{x_2} = 1$.

Для уравнения $x_1\overline{x_2} = \overline{x_1} \vee x_2$ формула (19) дает

$$y(x_1, x_2) = x_1\overline{x_2}\,(\overline{x_1} \vee x_2) \vee (\overline{x_1\overline{x_2}})(\overline{\overline{x_1} \vee x_2}) = x_1\overline{x_2}\begin{vmatrix} \overline{x_1} \\ x_2 \end{vmatrix} \vee \begin{vmatrix} \overline{x_1} \\ x_2 \end{vmatrix}(x_1\overline{x_2}) = 0 \vee 0 = 0,$$

что говорит об отсутствии решения.

Таким образом, выражение (19) является общим решением уравнения (18) в дизъюнктивной нормальной форме.

Применяя к (19) правила де Моргана, получаем условие нарушения равенства (19) в виде следующего уравнения

$$\bar{y}(x_1, \ldots, x_m) = [\bar{f}_1(x_1, \ldots, x_m) \vee \bar{f}_2(x_1, \ldots, x_m)] \wedge [f_1(x_1, \ldots, x_m) \vee f_2(x_1, \ldots, x_m)] =$$
$$= \bar{f}_1(x_1, \ldots, x_m)\, f_2(x_1, \ldots, x_m) \vee f_1(x_1, \ldots, x_m)\, \bar{f}_2(x_1, \ldots, x_m) \equiv 0\ , \qquad (20)$$

которое определяет наборы переменных, позволяющие записать решение в конъюнктивной нормальной форме.

$$y(x_1, \ldots, x_m) = \begin{vmatrix} f_1(x_1,\ldots,x_m) \\ \bar{f}_2(x_1,\ldots,x_m) \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} \bar{f}_1(x_1,\ldots,x_m) \\ f_2(x_1,\ldots,x_m) \end{vmatrix} = 1\ . \qquad (21)$$

Практический интерес представляет решение в общем виде логического уравнения, содержащего независимые логические переменные x_i и неизвестные логические функции y_j, следующего типа:

$$y_j = f(x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_n, y_1, y_2, \ldots, y_{j-1}, y_{j+1}, \ldots, y_m)\ . \qquad (22)$$

При анализе работоспособности уравнение (22) выражает зависимость работоспособности j-го узла графа системы от работоспособности n ребер графа и работоспособности m-1 других его узлов.

В соответствии с (19) можем перейти от уравнения (22) к эквивалентному уравнению

$$y_j\, f(x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_{j-1}, y_{j+1}, \ldots, y_m) \vee \bar{y}_j\, \bar{f}(x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_{j-1}, y_{j+1}, \ldots, y_m) = 1 \qquad (23)$$

в силу свойства склеивания (табл. 3).

Новое уравнение (23) уже не содержит неизвестную логическую функцию y_j. Аналогичным образом можно исключить и другие неизвестные функции и в конечном итоге получить уравнение с одними неизвестными x_i

$$A\, y_m \vee B\, \bar{y}_m = 1\ , \qquad (24)$$

в котором коэффициенты A и B являются логическими функциями только независимых переменных x_i .

Для решения уравнения (24) рассмотрим таблицу истинности 9 для левой части уравнения и выберем состояния, для которых справедливо это уравнение.

Табл. 9.

k	A	B	y_m	$A\, y_m \vee B\, \bar{y}_m$
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	1
3	0	1	1	0

4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

Для данных наборов по табл. 10 можем записать следующие решения

Табл. 10.

k	A	B	y_m	Решения
2	0	1	0	$A \vee \bar{B}$
5	1	0	1	$A\bar{B}$
6	1	1	0	$\bar{A}B$
7	1	1	1	$\bar{A} \vee B$

5. Методы решения логических уравнений

Рассмотрим теперь решение простейших логических уравнений с одним неизвестным x.

Пусть уравнение будет

$$x \vee b = a \ . \qquad (25)$$

Его можно интерпретировать как систему a, состоящую из двух параллельных элементов x и b. Требуется определить состояние элемента x по известному состоянию элемента b и всей системы a. Область допустимых значений (ОДЗ) будет $b \leq a$.

В соответствии с уравнением (19) уравнение (25) примет вид:

$$f_1 = (x \vee b);\ \ f_2 = a\ ;$$
$$y(x) = f_1 f_2 \vee \bar{f}_1\, \bar{f}_2 = (x \vee b\,)a \vee (\,\bar{x}\,\bar{b}\,)\,\bar{a} = ax \vee ab \vee \bar{a}\,\bar{b}\,\bar{x} = 1\ . \qquad (26)$$

Чтобы привести (26) к форме (24), первые его слагаемые умножим на единицу $1 = x \vee \bar{x}$ и после его преобразования имеем

$$\begin{vmatrix} ax \\ ab \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ \bar{x} \end{vmatrix} \vee \bar{a}\,\bar{b}\,\bar{x} = \begin{vmatrix} ax \\ abx \\ ab\bar{x} \end{vmatrix} \vee \bar{a}\,\bar{b}\,\bar{x} = ax \vee \bar{x}\,(\,\bar{a}\,\bar{b} \vee ab) = 1\ . \qquad (27)$$

По решению $y_m = A\bar{B}$ имеем

$$x = a\,(\overline{\bar{a}\bar{b} \vee ab}\,) = a\,(a \vee b)(\,\bar{a} \vee \bar{b}\,) = a\bar{b}\,, \tag{28}$$

т.е. элемент x работоспособен при работоспособной системе a и отказе параллельного элемента b.

Если воспользоваться формулой $y_m = \mathrm{A} \vee \overline{\mathrm{B}}$, то получим решение искомого уравнения в виде

$$x = a \vee (\,\overline{\bar{a}\bar{b} \vee ab}\,) = a \vee (a \vee b)(\bar{a} \vee \bar{b}\,) = a \vee a\bar{b} \vee \bar{a}\,b = a \vee \bar{a}\,b = a \vee b\,. \tag{29}$$

Сравнивая (25) с (29), видим перенос слагаемого b в правую часть. Уравнение (29) позволяет сформулировать **правило:** *в логических уравнениях можно переносить слагаемые из одной части уравнения в другую*.

Рассмотрим другое простейшее уравнение с последовательным соединением элементов x и b.

$$xb = a \tag{30}$$

с ОДЗ $a \leq b$. Рассуждая аналогичным образом, имеем

$$xba \vee \overline{xb}\,\bar{a} = xab \vee (\,\bar{x} \vee \bar{b}\,)\,\bar{a} = x\,(ab \vee \bar{a}\,\bar{b}\,) \vee \bar{a}\,\bar{x} = 1\,. \tag{31}$$

По решению $y_m = \mathrm{A}\,\overline{\mathrm{B}}$ имеем

$$x = (ab \vee \bar{a}\,\bar{b}\,)\,a = ab\,. \tag{32}$$

Сравнивая (32) с (30), видим перенос сомножителя b в правую часть, т.е. *в логических уравнениях можно переносить сомножители из одной части уравнения в другую*. Следуя формуле $y_m = \mathrm{A} \vee \overline{\mathrm{B}}$, имеем

$$x = (ab \vee \bar{a}\,\bar{b}\,) \vee a = a \vee \bar{a} \wedge \bar{b} = (a \vee \bar{a}\,) \wedge (a \vee \bar{b}\,) = 1 \wedge (a \vee \bar{b}\,) = a \vee \bar{b}\,. \tag{33}$$

Здесь был использован распределительный закон дизъюнкции относительно конъюнкции [5, с. 25], которого нет в обычной алгебре.

Надежностную интерпретацию полученных решений (32) и (33) можно выразить словами: элемент x работоспособен при работоспособных состояниях второго последовательного элемента b и всей системы a; элемент x будет в отказовом состоянии ($\bar{x} = \bar{a}\,b$), если второй элемент b работоспособен, а вся система неработоспособна.

После рассмотрения двух простейших уравнений $x \vee b = a$ и $x \wedge b = a$, обратимся к системе логических уравнений, составленных по графу рис. 3. [5].

Начальному узлу графа (1) присваиваем единичное значение, а логические функции остальных узлов выразим через независимые переменные x_i входящих в узел дуг и логические функции y_j непосредственно связанных с ним соседних узлов, из которых эти дуги выходят. Полученная система логических уравнений имеет вид

$$\left.\begin{array}{l} y_1 = 1\,; \\ y_2 = x_1 y_1 \vee x_5 y_3\,; \\ y_3 = x_2 y_1 \vee x_5 y_2\,; \\ y_4 = x_3 y_2 \vee x_4 y_3\,. \end{array}\right\}$$

(34)

Она может быть решена методом **подстановки** или методом **определителей**. Решим систему (34) первым методом:

$$y_2 = x_1 \vee x_5\, y_3\,;$$

$$y_3 = x_2 \vee x_5\,(x_1 \vee x_5\, y_3) = x_2 \vee x_1 x_5 \vee x_5\, y_3\,;$$

перенося $x_5\, y_3$ в левую часть и поглощая ее по правилу 21 (2.13 из [5]), имеем

$$y_3 = x_2 \vee x_1\, x_5\,;$$

$$\begin{aligned} y_4 &= x_3\,(x_1 \vee x_5\, y_3) \vee x_4\, y_3 = x_3\,[x_1 \vee x_5\,(x_2 \vee x_1\, x_5)] \vee x_4\,(x_2 \vee x_1\, x_5) = \\ &= x_1\, x_3 \vee x_2\, x_3\, x_5 \vee x_1\, x_3\, x_5 \vee x_2\, x_4 \vee x_1\, x_4\, x_5\,; \end{aligned}$$

поглощая третью конъюнкцию ($x_1\, x_3\, x_5$) первой ($x_1\, x_3$), окончательно получаем

$$y_4 = x_1\, x_3 \vee x_2\, x_4 \vee x_1\, x_4\, x_5 \vee x_2\, x_3\, x_5\,; \tag{35}$$

что будет полностью соответствовать условиям работоспособности мостика рис. 3 и формуле (5.5) из [5].

Решение этой системы уравнений методом определителей требует ряда пояснений и уточнений.

1. Используя правило о переносе слагаемых [см. (25) и (29)], приведем систему (34) к каноническому виду

$$\left.\begin{array}{rrrrl} y_1 & & & & = 1\,; \\ x_1\, y_1 \vee & y_2 \vee & x_5\, y_3 \vee & & = 0\,; \\ x_2\, y_1 \vee & x_5\, y_2 \vee & y_3 \vee & & = 0\,; \\ & x_3\, y_2 \vee & x_4\, y_3 \vee & y_4 & = 0\,; \end{array}\right\} \tag{36}$$

2. **Логический определитель булевой матрицы** m×m есть логическая сумма (дизъюнкция) m! произведений (конъюнкций) ее элементов, взятых по одному из каждой строки и каждого столбца.

От обычного алгебраического определителя он отличается отсутствием членов с отрицательными знаками, т.е. при его вычислении можем использовать известные алгебраические приемы и необходимые преобразования булевой алгебры. Исходя из свойств обычного определителя и особенностей булевой алгебры, сформулируем свойства логических определителей:

1) определитель не изменится, если поменять местами две его любые строки или два его любых столбца;

2) определитель не изменится, если произвести его транспонирование, т.е. взаимно поменять местами его строки и столбцы;

3) если в каждой строке и в каждом столбце определителя имеется хотя бы по одной единице, то он тождественно равен единице;

4) если все элементы строки или столбца имеют общий множитель, то его можно вынести общим множителем ко всему определителю;

5) если строка или столбец содержит только нули, то и весь определитель тождественно равен нулю;

6) если определитель умножается на x_i, то во всех элементах можно x_i заменить единицей, а отрицание $\overline{x_i}$ - нулем;

7) если строка или столбец определителя состоит из одной единицы и остальных нулей, то можно снизить порядок определителя вычеркиванием строки и столбца, на пересечении которых стоит эта единица.

3. Для системы (36) ее логический определитель равен единице по третьему свойству, так как в главной диагонали стоят одни единицы:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ x_1 & 1 & x_5 & 0 \\ x_2 & x_5 & 1 & 0 \\ 0 & x_3 & x_4 & 1 \end{vmatrix} \equiv 1 \qquad (37)$$

4. Для определения неизвестной функции узла y_j по аналогии с формулой Крамера для систем алгебраических уравнений и в соответствии с правилом (32) необходимо воспользоваться формулой

$$y_j = D_j\, D, \qquad (38)$$

где D_j – частный определитель, полученный заменой j-го столбца определителя системы D столбцом свободных членов. Нас интересует логическая функция выходного узла, которая с учетом (37) будет равна частному определителю:

$$y_4 = D_4 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ x_1 & 1 & x_5 & 0 \\ x_2 & x_5 & 1 & 0 \\ 0 & x_3 & x_4 & 0 \end{vmatrix} . \qquad (39)$$

Снизим порядок определителя (39) по седьмому свойству, т.е. путем вычеркивания первой строки и четвертого столбца.

Получим

$$y_4 = \begin{vmatrix} x_1 & 1 & x_5 \\ x_2 & x_5 & 1 \\ 0 & x_3 & x_4 \end{vmatrix} . \qquad (40)$$

Вычисление логических определителей проводим методом диагоналей для второго порядка, методом треугольника для третьего порядка и методом разложения по элементам любой строки или любого столбца.

5. Вычислим полученный определитель путем разложения по элементам первого столбца:

$$y_4 = x_1 \begin{vmatrix} x_5 & 1 \\ x_3 & x_4 \end{vmatrix} \vee x_2 \begin{vmatrix} 1 & x_5 \\ x_3 & x_4 \end{vmatrix} = x_1 (x_3 \vee x_4 x_5) \vee x_2 (x_4 \vee x_3 x_5) =$$

$$= x_1 x_3 \vee x_1 x_4 x_5 \vee x_2 x_4 \vee x_2 x_3 x_5 \ . \qquad (41)$$

Данный результат дает полное совпадение с результатом (35), полученным методом подстановки.

Следует отметить, что использование систем логических уравнений при составлении логических функций работоспособности, метода подстановок и метода определителей в небольшом объеме присутствует в работе [29, § 2.4]. Интерес Г.Н. Черкесова к этой проблеме сохранился до последнего времени [30].

Сложность системы уравнений и прежде всего ее размерность определяются числом узлов графа.

Наибольших успехов в машинном решении таких задач добился профессор Можаев А.С. [31, 32].

Им разработан **универсальный графоаналитический метод (УГМ)** решения систем логических уравнений. На его разработку и первую программную реализацию потребовалось более пяти лет [33].

Укрупненный алгоритм УГМ и машинной программы “LOG” определения логических функций работоспособности системы (ФРС) опубликован в трудах [31, с. 106 – 108]. Там же на сравнительно простом примере подробно рассмотрено решение системы семи логических уравнений машинным способом.

6. Количественная оценка важности аргументов ФАЛ при отсутствии вероятностей случайных событий

Определение важности элементов сложной системы необходимо для ее анализа и синтеза, при проектировании и эксплуатации системы, определении очередности осмотров и ремонтов (в надежности), принятии защитных мер (в безопасности), рационального инвестирования (в экономике) и др.

Существует устойчивое мнение, что это возможно только при наличии вероятностей случайных событий (отказов, воздействий, происшествий).

В 1975 году в работе [34, с. 484] мною была предложена объективная количественная характеристика важности, не зависящая от вероятностей, на базе понятия **булевой разности**, названная **«весом»**. Там же и позднее [5, с. 110] при обосновании булевой разности я использовал аналогию с **«симметрической разностью двух множеств»**:

$$\Box_{x_i}\, y(x_1, \ldots, x_m) = \Box_{x_i}\, y(x_m) = y_1^{(i)}(x_{m-1}) \setminus y_0^{(i)}(x_{m-1}) = A \setminus B \quad , \qquad (42)$$

где множество A есть

$$y_1^{(i)}(x_{m-1}) = y(x_1, \ldots, 1, \ldots, x_m) \ , \qquad (43)$$

а множество B есть

$$y_0^{(i)}(x_{m-1}) = y(x_1, \ldots, 0, \ldots, x_m) \ , \tag{44}$$

Иначе говоря, A – это множество работоспособных состояний системы, записанное в совершенной дизъюнктивной нормальной форме (СДНФ) при условии, что аргумент $x_i \equiv 1$.

Множество B – это множество также работоспособных состояний системы, записанное в СДНФ, но при условии $x_i \equiv 0$.

Рассмотрим конкретный пример на задаче сложного вентиля, собранного по «мостиковой схеме» (рис. 1).

В дизъюнктивной нормальной форме (ДНФ) условие работоспособности $y(x_5)$ будет выглядеть так

$$y(x_1, \ldots, x_5) = \begin{vmatrix} x_1x_3 \\ x_1x_5x_4 \\ x_2x_4 \\ x_2x_5x_3 \end{vmatrix} \ . \tag{45}$$

В СДНФ множество A по аргументу x_1 представляет собой [5, с. 152].

$$y_1^{(1)}(x_4) = \begin{vmatrix} \overline{x_2}x_3\overline{x_4}\,\overline{x_5} \\ x_2x_3\overline{x_4}\,\overline{x_5} \\ \overline{x_2}x_3x_4\overline{x_5} \\ \overline{x_2}x_3\overline{x_4}x_5 \\ x_2x_3x_4\overline{x_5} \\ \overline{x_2}x_3x_4x_5 \\ x_2x_3\overline{x_4}x_5 \\ x_2x_3x_4x_5 \\ x_2\overline{x_3}x_4\overline{x_5} \\ \overline{x_2}\,\overline{x_3}x_4x_5 \\ x_2\overline{x_3}x_4x_5 \end{vmatrix} \ , \tag{46}$$

а множество B

$$y_0^{(1)}(x_4) = \begin{vmatrix} x_2\overline{x_3}x_4\overline{x_5} \\ x_2x_3x_4\overline{x_5} \\ x_2\overline{x_3}x_4x_5 \\ x_2x_3x_4x_5 \\ x_2x_3\overline{x_4}x_5 \end{vmatrix} \ , \tag{47}$$

Мощность множества, понятие введенное основателем теории множеств Г. Кантором (1878), оценивается **кардинальным числом**. Так кардинальное число множества А равно $\mathbf{Card\ A = n_1^{(1)} = 11}$, а $\mathbf{Card\ B = n_0^{(1)} = 5}$.

В работе [5, с. 151] эти кардинальные числа были обозначены через

$$n_1^{(i)} = k_1^{(i)} \text{ и } n_0^{(i)} = l_0^{(i)} \quad . \tag{48}$$

Иначе говоря, $n_1^{(i)}$ – это число конъюнкций, содержащих x_i в ФАЛ, записанной в СДНФ; $n_0^{(i)}$ – число конъюнкций, содержащих $\overline{x_i}$ в той же ФАЛ.

Кардинальное число симметрической разности множеств А и В будет

$$\mathbf{Card\ A \setminus B = Card\ \square_{x_i}\ y(x_m) = n_1^{(i)} - n_0^{(i)}} \ . \tag{49}$$

Для нашего примера по аргументу x1

$$\text{Card}\ \square_{x_1} y(x_5) = 11 - 5 = 6 \quad . \tag{50}$$

Нормированное кардинальное число булевой разности

$$\frac{n_1^{(i)} - n_0^{(i)}}{2^{m-1}} = g_{x_i} \tag{51}$$

и было мной названо «весом» аргумента x_i.

Для нашего примера

$$g_{x_1} = \frac{11-5}{2^{5-1}} = \frac{6}{16} = 0,375 \quad .$$

Для аргумента x_5 [5, с. 151]

$$g_{x_5} = \frac{9-7}{16} = 0,125 \quad .$$

Для практического определения «веса» элемента x_i в системе была предложена более компактная расчетная формула [5, (6.9)]

$$g_{x_i} = \sum_{f=1}^{k} 2^{-(r_f-1)} - \sum_{j=1}^{l} 2^{-(r_j-1)} \quad , \tag{52}$$

где k, r_f – число и ранг ортогональных конъюнкций, содержащих аргумент x_i; l, r_j – число и ранг ортогональных конъюнкций, содержащих отрицание аргумента $\overline{x_i}$.

По формулам (51) и (52) можно определять «веса» x_i только для сравнительно простых структур (типа (45) или [5, (6.12)]). Уже для задачи № 35 [26] этими формулами «веса» аргументов определить практически невозможно.

Был предложен косвенный способ определения «веса» элемента:

$$g_{x_i} = P\{\Box_{x_i} y(x_m) = 1\}/_{R_1=...=R_m=0,5} \quad . \qquad (53)$$

через **«значимость»** элемента при условии равенства всех вероятностей 0,5 .

Определение «весов» g_{x_1} и g_{x_5} по формуле (53) представлено в [5, с. 155].

Обращая внимание на **логическую составляющую** ЛВИ и делая ссылки на работу [5], опубликованную в 2000 году тиражом всего 1000 экз., для заинтересованных лиц рекомендую главу 3 из Справочника [35], изданного в 1988 году тиражом 12712 экз., где представлены многочисленные примеры оценки важности отдельных элементов при синтезе систем с заданной надежностью.

Как правильно отмечает Б. А. Кулик [36]: «Совмещение понятий «логика» и «вероятность» вызывает немало трудностей». При погружении логических систем в вероятностное пространство необходимо учитывать, что речь идет о системе, **изоморфной алгебре множеств** (в соответствии с аксиоматикой А. Н. Колмогорова [15]). Сами множества по структуре являются **множествами кортежей**, содержащихся в многоместных отношениях.

Переход к многозначной логике (для учета более двух состояний у элементов) связан с нарушениями некоторых законов булевой алгебры и, как следствие этого, классических законов теории вероятностей. Выход из этой непростой ситуации Б. А. Кулик видит в синтезе алгебры множеств и многоместных отношений, результатом чего является математическая модель, включающая в себя (в виде частных случаев) как структуры математической логики, так и структуры некоторых вариантов неклассических логик. При этом во всех случаях законы алгебры множеств и соответственно законы булевой алгебры остаются неизменными.

Альтернативой аналитическим методам исследования проблем надежности и безопасности сложных систем является алгоритмический метод решения задач на ЭВМ путем **полного перебора** всего пространства состояний системы.

Г. Н. Поваров в 1959 году сформулировал следующее заключение: «**Принцип полной индукции** характерен и важен для технической логики, так как **конечность** областей объектов позволяет устанавливать факты **исчерпывающим перебором случаев**».

При использовании алгоритмического метода полного перебора также необходимо не нарушать законов алгебры множеств и булевой алгебры, соблюдать принцип **единственности** и контролировать свои результаты путем сравнения с **эталонными**.

Убедительным примером именно такого подхода является решение задачи № 35 (при трех состояниях элементов) Б. А. Куликом в 1998 г. [26, с. 414] и демонстрация объективности его результата А. С. Можаевым в монографии [5, с. 185] путем полного перебора.

7. Проникновение идей ЛВИ в экономические и организационные системы

Отмечая в предисловии к книге Е.Д. Соложенцева [37] роль публикаций [38, 39], которые открыли новые предметные области для использования строгих аналитических методов оценки, анализа и исследования риска в экономике и организационных системах, я выражал надежду, что новые методики логико-вероятностной оценки риска будут иметь счастливую судьбу. Понимая существенное отличие таких систем от технических, в которых возникли ЛВМ, и сомневаясь в большой полезности механического переноса знаний и результатов ЛВИ из области техники в область экономики, я формулировал как новую задачу: **соединения логико-вероятностного исчисления с вопросами безопасности и риска** в экономических и организационных системах с учетом их специфики и интересов.

Чтобы новые подходы к ЛВИ совершили такой же революционный прорыв на финансовом рынке, какой в середине XIX века совершил Джордж Буль в развитии индуктивной логики, а в середине XX века Г. Марковиц в выборе оптимального портфеля с помощью аналитического аппарата теории вероятностей, потребуется некоторое время и приложение многих творческих усилий в вопросах формализации сценариев управления риском в бизнесе.

Пользуясь случаем, хочу поправить существенные опечатки (именно в вопросах формализации), обнаруженные мной на стр. 168-169 [37], 154-155 [40], а также продолжить исследование задачи о вероятности случайного состояния сложного вентиля, собранного по «мостиковой схеме» (рис. 1).

Рисунок 8.1 в [37] можно интерпретировать не только в качестве электрической схемы, но и как структуры «перекачки денег» через соответствующие каналы (банки).

Опечатки заключаются в том, что запись **функции работоспособности системы** (ФРС) через конъюнкцию отрицаний всех **минимальных сечений отказов** (МСО) следует представить в виде формулы

$$y(x_1, \ldots, x_m) = \bigwedge_{j=1}^{n} \overline{S_j} = \bigwedge_{j=1}^{n} \left[\bigvee_{i \in K_{S_j}} x_i \right], \tag{54}$$

а функцию неработоспособности системы (ФНС) для мостика 8.1 записать в виде

$$\overline{y}(\overline{x_1}, \ldots, \overline{x_5}) = \bigvee_{j=1}^{4} S_j = \overline{x_1}\,\overline{x_2} \vee \overline{x_2}\,\overline{x_3}\,\overline{x_5} \vee \overline{x_1}\,\overline{x_4}\,\overline{x_5} \vee \overline{x_3}\,\overline{x_4}\,. \tag{55}$$

ФРС мостика 8.1 будет

$$y(x_1, \ldots, x_5) = x_1x_3 \vee x_2x_4 \vee x_1x_4x_5 \vee x_2x_3x_5\,. \tag{56}$$

В работе [5, с. 117] выражения (9) и (10) с помощью ЛВМ получены на одной странице [5, (5.9), (5.10)].

В книге [27] авторы сформулировали проблему прозрачности методик для оценки кредитных рисков физических и юридических лиц и предложили **логико-вероятностный подход** к ее решению. Переход российских банков на международные стандарты финансовой отчетности (МСФО) состоялся с 1 января 2004 года. Как пишет Татьяна Парамонова (первый заместитель председателя Банка России) … «Принципиальное отличие финансовой отчетности по МСФО от российской заключается в том, что она составляется не методом совокупности арифметических действий, как правило, **простого сложения и вычитания статей баланса**. В ней применяются оценочные категории справедливой стоимости активов, пассивов, **рисков** и др., а также профессиональные суждения специалистов касательно данных показателей. Это позволяет осуществлять оценку рисков по мере их возникновения с адекватным отражением их возможных последствий в финансовой отчетности по МСФО».

Чем быстрее кредитные организации освоят новые, современные технологии оценки бизнеса, воспользуются их результатами для перестройки системы корпоративного управления, внутреннего контроля и аудита, тем стабильнее будет отечественный банковский сектор в условиях возрастающей внешней и внутренней конкуренции, заключает Т. Парамонова.

Авторы работы [27] утверждают, что использование кредитных рейтингов (в весах, в баллах, числах и т.д.) вместо **вероятностей дефолта** заемщика не может обеспечить точность, стабильность и прозрачность оценки кредитных рисков.

В заключении из 12 пунктов сделан вывод, что российским банкам предоставляется возможность создать собственное рейтинговое агентство на основе объективной, научно обоснованной и прозрачной ЛВ-теории кредитного риска.

Проникновение идей ЛВИ в область финансов и бизнеса на протяжении последних 10 - 13 лет уже позволило получить существенные научные и практические результаты. Подключение к этой работе молодых компьютерно-грамотных специалистов ускорит продвижение к революционному прорыву на финансовом рынке.

Литература

1. Калман Р.Е. Идентификация систем с шумами // Успехи математических наук, т. 40, вып. 4(244), 1985 г., июль – август, с. 27-41.

2. Словарь по кибернетике // Главная редакция Украинской советской энциклопедии, Киев, 1979, 621 с.

3. Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О. Конкретная математика. Основание информатики // М., «Мир», 1998, 703 с.

4. Ryabinin I.A. Logical-Probabilistic Methods and Their Possibilities. // Second International Conference on Mathematical Methods in Reliability, Bordeaux, France, July 4-7, 2000, ABSTRACTS BOOK, Volume 2, pp. 920 – 922.

5. Рябинин И.А. Надежность и безопасность структурно-сложных систем. // СПб, «Политехника», 2000, 248 с.

6. Голота Я.Я. О двух «вычислительных вольностях», огорчающих логика. // http://www.inftech.webservis.ru/it/conference/scm/2000/session4/golota2.htm .

7. Гливенко В.И. Курс теории вероятностей // М.: ГОНТИ, 1939.

8. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей // М.: Наука, 1965. – 400 с.

9. Вентцель Е.С. Теория вероятностей // М.: Наука, 1969. – 576 с.

10. Математический энциклопедический словарь // М.: «Советская энциклопедия», 1988, 846 с.

11. Математика. Большой энциклопедический словарь // М.: Бол.Росс.Энцикл., 3-е изд., 1998.

12. Нейман Дж. Вероятностная логика и синтез надежных организмов из ненадежных компонент .// Сб. Автоматы, ИЛ, М., 1956, с. 68-139.

13. Nilsson N.J. Probabilistic Logic // "Artificial Intelligence", vol. 28 (1986), Elsevier Science Publ., North Holland, pp. 31-56.

14. Гиндикин С.Г. Алгебра логики в задачах // Издательство «Наука», главная редакция физико-математической литературы, М., 1972, 288 с.

15. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей // «Наука», М,1974, 118 с.

16. Рябинин И.А. Ленинградская научная школа логико-вероятностных методов исследования надежности и безопасности структурно-сложных систем. // Наука Санкт-Петербурга и морская мощь России, 2002, т. 2, с. 797 – 811.

17. Рябинин И.А. Феномен логико-вероятностного исчисления // «Морской Вестник» № 1(13), 2005; Modelling and Analysis of Safety and Risk in Complex Systems // Proceedings of the Fourth International Scientific School MASR-2005, (Saint-Peterburg, Russia, June 28 – July 1, 2005) / SUAI. SPb., 2005, p. 16-28.

18. Рябинин И.А. Логико-вероятностное исчисление как аппарат исследования надежности и безопасности структурно-сложных систем. // АиТ, «Наука», М, 2003, № 7, с. 178 – 186.

19. Rouche N. Extension aux probabilities du formalisme de f'algebre logique. (Руш "Расширение формализма алгебры логики на вероятности") // Revue HF, 1956, 3 №5, 179-182 (франц.).

20. Rouche N. On the Stability of Motions // Intern. J. of Nonlin. Mech. – V. 3, N 3, - p. 295-306, 1968.

21. Руш Н., Абетс П., Лалуа М. Прямой метод Ляпунова в теории устойчивости // М.: Мир – 300 с., 1980.

22. Москатов Г.К. Оптимизация структурной надежности релейных систем // Военная радиоэлектроника, № 21, с. 3-8, 1960.

23. Диллон Б., Сингх Ч., Инженерные методы обеспечения надежности // М.: Мир, 1984, 318 с.

24. Белоусенко И.В., Ковалев А.П., Совпель В.В., Ярмоленко В.И. О преобразовании «треугольник-звезда» в расчетах надежности сложных по структуре схем // Электричество, - № 6, 1997, с. 55-58.

25. Ковалев А.П., Спиваковский А.В. О преобразовании «треугольник-звезда» в расчетах надежности сложных по структуре схем, элементы которых могут находиться в трех состояниях. // Электричество, № 10, 1998, с. 70-74.

26. Рябинин И.А. Задача № 35 и история ее исследований // Морской Вестник, № 4(8), 2003, с. 48 – 51.; «Моделирование и Анализ Безопасности и Риска в Сложных Системах: Труды Международной Научной школы МАБР-2004» (Санкт-Петербург, 22-25 июня, 2004 г.) / ГОУ ВПО «СПбГУАП». СПб., 2004. с. 408-415.

27. Соложенцев Е.Д., Степанова Н.В., Карасев В.В. Прозрачность методик оценки кредитных рисков и рейтингов // Изд-во С.-Петерб. Университета, 2005, 196 с.

28. Владимиров В.В. Булевы алгебры // Издательство «Наука», М.: 1969.

29. Рябинин И.А., Черкесов С.Н. Логико-вероятностные методы исследования надежности структурно-сложных систем. // М, Радио и связь, 1981 – 264 с.

30. Черкесов Г.Н., Степанов Ю.В. Логико-вероятностный анализ надежности сложных систем на основе общего решения систем логических уравнений // Научно-техническая ведомость, СПбГТУ, № 2(32), 2003, с. 149 - 158.

31. Можаев А.С. Универсальный графоаналитический метод, алгоритм и программный модуль построения монотонных и немонотонных логических функций работоспособности систем. // «Моделирование и Анализ Безопасности и Риска в Сложных Системах: Труды Международной Научной Школы МАБР – 2003 (Санкт-Петербург, 20-23 августа, 2003 г.) / СПб., Изд-во СПбГУАП, 2003, с. 101-110.

32. Нозик А.А., Можаев А.С., Потапычев С.Н. Программный комплекс автоматизированного моделирования и расчета надежности и безопасности АСУТП на стадии проектирования. // «Моделирование и Анализ Безопасности и Риска в Сложных Системах: Труды Международной Научной Школы МАБР – 2003 (Санкт-Петербург, 20-23 августа, 2003 г.) / СПб., Изд-во СПбГУАП, 2003, с. 430-437.

33. Можаев А.С., Гладкова И.А. Библиотека программных модулей автоматического построения монотонных и немонотонных логических функций работоспособности систем и многочленов вероятностных функций (ЛОГ & ВФ). // Свидетельство об официальной регистрации № 2003 611100. М.: РОСПАТЕНТ РФ, 2003.

34. Ryabinin I. Reliability of Engineering Systems. Principles and Analysis // MIR PUBLISHERS, Moscow, 1976, 532 p.

35. Рябинин И.А. Расчет надежности систем со структурной избыточностью // Надежность и эффективность в технике, Справочник, том 5, М., «Машиностроение», 1988, с. 58-104.

36. Кулик Б.А. Вероятностная логика на основе алгебры кортежей // «Моделирование и Анализ Безопасности и Риска в Сложных Системах: Труды Международной Научной Школы МАБР – 2005 (Санкт-Петербург, 28 июня – 1 июля, 2005 г.) / ГОУ ВПО «СПбГУАП», СПб., 2005, с. 406-412.

37. Соложенцев Е.Д., Сценарное логико-вероятностное управление риском в бизнесе и технике // Издательский дом «Бизнес-пресса», СПб, 2004, 416 с.

38. Соложенцев Е.Д., Карасев В.В., Соложенцев В.Е. Логико-вероятностная оценка банковских рисков и мошенничеств в бизнесе // СПб, Политехника, 1996, 59 с.

39. Соложенцев Е.Д., Карасев В.В., Соложенцев В.Е. Логико-вероятностные модели риска в банках, бизнесе и качестве // СПб, «Наука», 1999, 113 с.

40. Solojentsev E.D. Scenario Logic and Probabilistic Management of Risk in Business and Engineering // Springer, 2005, 391 p.