

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ОБЩЕГО ЛОГИКО-ВЕРоятНОСТНОГО МЕТОДА АНАЛИЗА СИСТЕМ

1. СОДЕРЖАНИЕ ЭТАПОВ ОЛВМ

Общий логико-вероятностный метод является теоретической основой технологии автоматизированного структурно-логического моделирования является *общий логико-вероятностный метод* (ОЛВМ) моделирования и расчета надежности, живучести и безопасности структурно и качественно сложных системных объектов и процессов. В ОЛВМ расчета надежности, аппарат математической логики используется для первичного графического и аналитического описания условий реализации функций отдельными и группами элементов в проектируемой системе, а методы теории вероятностей и комбинаторики применяются для количественной оценки безотказности и/или опасности функционирования проектируемой системы в целом. Для использования ОЛВМ должны задаваться специальные структурные схемы функциональной целостности исследуемых систем, логические критерии их функционирования, вероятностные и другие параметры элементов.

В основе постановки и решения всех задач моделирования и расчета надежности систем с помощью ОЛВМ лежит так называемый событийно-логический подход. Этот подход предусматривает последовательное выполнение следующих четырех основных этапов ОЛВМ.

1.1. **Этап структурно-логической постановки задачи**, который включает в себя:

- разделение всей рассматриваемой системы на конечное число N элементов $i = 1, 2, \dots, N$, каждый из которых представляется в модели надежности простым (бинарным) событием x_i с двумя возможными состояниями $\tilde{x}_i = \{x_i, \bar{x}_i\}$, например, работоспособности/отказа, готовности/не готовности, поражения/не поражения и т. и заданными вероятностными параметрами $p_i(t)$, или $q_i(t) = 1 - p_i(t)$;
- определение содержания и логических условий реализации y_i и/или не реализации \bar{y}_i выходных (интегративных) функций для каждого элемента в системе;
- логически строгое вербальное и графическое (аналитическое) описание множества X отдельных элементов системы и множества условий Y реализации ими своих системных функций, которые в совокупности $G(X, Y)$ образуют специальную *схему функциональной целостности* (СФЦ) рассматриваемой системы;
- логически строгое описание и задание с помощью отдельных или групповых выходных (интегративных) функций *логических критериев функционирования* (ЛКФ) системы $Y_F = Y_F(\{\tilde{y}_i\}, i = 1, 2, \dots, N)$ реализации основных функций и/или возникновения опасных состояний системы;

1.2. **Этап логического моделирования**, на котором с помощью специальных методов преобразования СФЦ и ЛКФ осуществляется построение логической *функции работоспособности системы* (ФРС) $Y_F = Y_F(\{\tilde{x}_i\}, i = 1, 2, \dots, N)$. Логическая ФРС позволяет аналитически строго, но в компактной форме, определить все комбинации состояний элементов $\tilde{x}_i, i = 1, 2, \dots, N$, в которых (и только в которых) система реализует свою выходную функцию F .

1.3. **Этап вероятностного моделирования**, на котором с помощью специальных методов преобразования ФРС осуществляется построение многочлена расчетной *вероятностной функции* (ВФ) $P_F(\{p_i(t), q_i(t)\}, i = 1, 2, \dots, N; t)$. Многочлен ВФ позволяет аналитически

строго определить закон распределения времени безотказной работы системы по реализации выходной функции F , заданной логическим критерием функционирования.

1.4. Этап выполнения расчетов показателей надежности, которые выполняются на основе ВФ и заданных параметров надежности элементов.

В технологии автоматизированного структурно-логического моделирования вручную выполняются только первый этап структурно-логической постановки задач расчета надежности. Этапы построения логических ФРС, многочленов ВФ и расчетов показателей надежности выполняются с помощью специального программного комплекса автоматизированного структурно-логического моделирования (ПК АСМ).

Главную творческую работу по постановке задачи и анализу результатов проектного расчета надежности выполняют проектировщик и системный аналитик. Они логически описывают проектируемую систему, строят СФЦ для каждой из ее главных подсистем и функций, определяют параметры надежности элементов, задают логические критерии реализации функций, проанализируют результаты расчетов, вырабатывают и реализуют проектные решения и готовят отчет.

Вся громоздкая и трудоемкая работа по построению логических, расчетных математических моделей и вычислению показателей надежности в технологии АСМ выполняется автоматически, с помощью специальных программных средств комплекса автоматизированного структурно-логического моделирования.

2. СРЕДСТВА И МЕТОДЫ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧ В ОЛВМ

Основное содержание этапа постановки задач расчета надежности проектируемой системы характеризуется схемой на рис.1.

Рис.1. Схема постановки задачи в ОЛВМ



Исходными данными для постановки задачи выступают требования ТЗ или ПОН и все знания и данные о проектируемой системе, методах, средствах и возможностях используемой технологии автоматизированного структурно-логического моделирования.

Исходные данные для постановки задачи подготавливает разработчик в свободной, но логически строгой форме описания организационно-технических методов и средств обеспечения надежности проектируемой системы. Оно включает в себя описание функциональной структуры системы, ее главных функций и аварийных ситуаций, состава и параметров надежности элементов. Обязательно должны быть сформулированы (текстуально и/или графически) условия, при выполнении которых каждый элемент реализует свое функциональное назначение в системе.

Окончательную формализованную постановку задачи осуществляет системный аналитик. На основе полученного от разработчика описания системы, для каждой ее функции он строит схемы функциональной целостности, задает логические критерии функционирования, фиксирует параметры надежности элементов и уточняет перечень рассчитываемых показателей надежности системы.

Главное место в постановке задач автоматизированного структурно-логического моделирования надежности занимает построение схем функциональной целостности для каждой заданной выходной функции проектируемой системы.

2.1. ИЗОБРАЗИТЕЛЬНЫЕ СРЕДСТВА И ТИПОВЫЕ ФРАГМЕНТЫ СФЦ

Любой графический аппарат, в сущности, является языком описания структур систем. Как и все другие языки, он определяется алфавитом, синтаксисом и семантикой. Алфавит СФЦ образуют ее основные изобразительные средства, которые включают в себя два вида вершин, два вида выходов, для представления исходящих ребер (дуг) и два вида входов, для представления заходящих дуг.

2.1.1. Функциональные вершины СФЦ

Главное назначение функциональных вершин состоит в графическом обозначении прямых исходов бинарных событий $\tilde{x}_i = x_i$, которыми в СФЦ представляются элементы i исследуемой системы. На рис.2 приведено графическое представление и аналитическое описание функциональной вершины.

Рис.2. Обозначение функциональной вершины в СФЦ



$i \in \mathbb{N}$ - номер функциональной вершины (элементов, событий);

$\tilde{x}_i = x_i$ - свершение собственного, элементарного события;

$p_i(t)$ - вероятность свершения собственного элементарного события i .

Примерами событий, представляемых функциональными вершинами в структурных схемах систем могут быть:

- сохранение работоспособности технического средства в течение заданного времени его работы (наработки);
- отказ технического средства в любой момент заданного времени работы;
- принятие (или не принятие) некоторого решения на определенном этапе процесса управления системой;
- правильное выполнение заданной функции (или ошибка) оператора на заданном этапе управления системой;
- выполнение (или не выполнение) заданной функции данным техническим средством или подсистемой;
- поражение (или не поражение) объекта в результате возникновения аварийной ситуации или вредного воздействия и др.

2.1.2. Дизъюнктивные ребра (дуги) в СФЦ

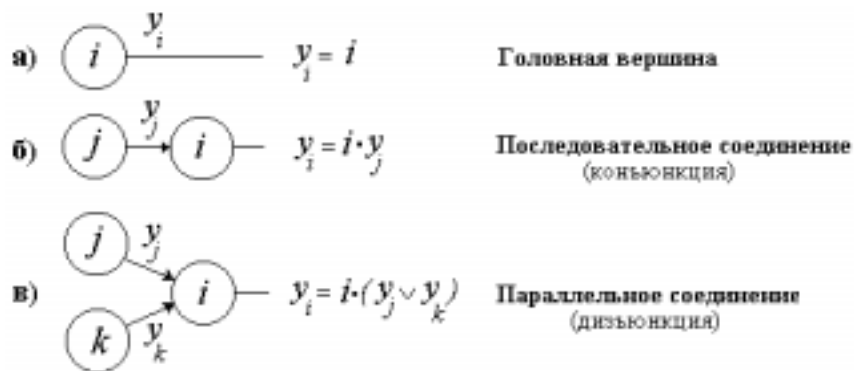
Направленность дизъюнктивных ребер в СФЦ обозначается стрелками. Вершина из которой дуга исходит называется *обеспечивающей*, а вершина в которую дуга заходит – *обеспечиваемой*.

Дизъюнктивные ребра (дуги) в СФЦ предназначены, для графического отображения следующих двух видов информации:

а) дуга, исходящая из вершины i обозначается y_i (прямая выходная дуга) и представляет все условий, необходимые для реализации (выполнения) выходной функции этого элемента;

б) дуга y_j , исходящая из о вершины j и заходящая вершину i обозначает одно из условий обеспечения реализации выходной функции y_i .

Рис.3. Типовые варианты использования дизъюнктивных дуг в СФЦ



Вариант структурной схемы на рис.3.а представляет вершину без заходящих в нее дуг (без обеспечения). Такие вершины называют *головными*. Элементы систем, представляемые в СФЦ головными вершинами, считаются достоверно обеспеченными. Это значит, что условия реализации прямой выходной функции y_i головной вершины определяется свершением только собственного события x_i . Аналитически такое условие определяется следующим логическим уравнением

$$y_i = x_i \quad (1)$$

Схема на рис.3.б представляет одиночную связь функционального подчинения элемента i элементу j . Это значит, что прямая выходная функция y_i элемента i реализуется, если свершилось собственное событие x_i и реализована обеспечивающая функция y_j элемента j . Логическое уравнение в этом случае имеет вид

$$y_i = x_i \cdot y_j \quad (2)$$

Одиночная связь функционального подчинения в СФЦ эквивалентна последовательному соединению вершин в графах связности и деревьях событий.

Последняя схема, изображенная на рис.3. в., представляет условия дублированного (резервированного, дизъюнктивного) обеспечения элемента i системы хотя бы одной из двух интегративных функций y_j или y_k . Говорят, что между функциями y_j и y_k в системе реализованы дизъюнктивные (логическая операция "ИЛИ") организационные отношения. Логическое уравнение, соответствующее рис.3.в, имеет вид

$$y_i = x_i \cdot (y_j \vee y_k) \quad (3)$$

Дизъюнктивные организационные отношения в СФЦ являются аналогами известных параллельных соединений элементов в графах связности.

Рассмотренные изобразительные средства и логические уравнения представляют все графические и логические возможности деревьев событий и графов связности, которые нашли широкое применение в известных структурных методах анализа надежности систем. Вместе с тем, аппарат СФЦ обладает рядом дополнительных, новых возможностей. Они позволяют строить модели надежности систем со сложной логической организацией работы элементов.

2.1.3. Фиктивные вершины в СФЦ

В отличие от функциональных, фиктивные вершины не представляют ни каких элементов моделируемой системы и служат только для расширения возможностей графического представления сложных логических связей и отношений между различными интегративными функциями.

Рис.4. Обозначение фиктивной вершины в СФЦ

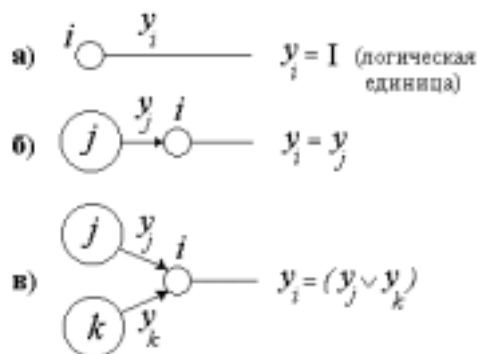
$$\varphi \quad \bigcirc \quad \begin{array}{l} x_\varphi = I \quad - \text{логическая единица, истина;} \\ p_\varphi = 1 \quad - \text{достоверное событие.} \end{array}$$

Собственно фиктивная вершина φ в СФЦ рассматривается как логическая константа **I** (истина), т.е. некоторое условное, достоверное событие, вероятность реализации которого $p_\varphi(t)$ принимается равной единице. В общем логико-вероятностном методе фиктивные вершины имеют следующее аналитическое определение.

$$x_\varphi = \mathbf{I} \text{ (истина); } p_\varphi(t) = p_\varphi = 1; \quad \overline{x_\varphi} = \mathbf{O} \text{ (ложь); } q_\varphi(t) = q_\varphi = 0 \quad (4)$$

Примеры использования фиктивных вершин в СФЦ приведены на рис.5.

Рис.5. Типовые варианты использования фиктивных вершин в СФЦ



Из сравнения рис.5 и рис.3 следует, что логические уравнения выходных интегративных функций для фиктивных вершин отличаются от аналогичных уравнений для функциональных вершин только отсутствием в записи обозначений простых логических переменных x_i .

Фиктивные вершины в СФЦ, являются аналогами точечных соединений дуг или логических объединений ребер, применяемых в графах связности и деревьях событий.

Введенные графические и аналитические обозначения фиктивных вершин позволяют использовать их в СФЦ совместно с функциональными вершинами, с сохранением всех правил логического и вероятностного моделирования.

Рассмотренных графических средств СФЦ достаточно, чтобы успешно решать все задачи расчета надежности систем, функционирование которых представляется последовательно-параллельными и мостиковыми графами связности. В качестве первого примера рассмотрим задачу структурного описания классической мостиковой системы.

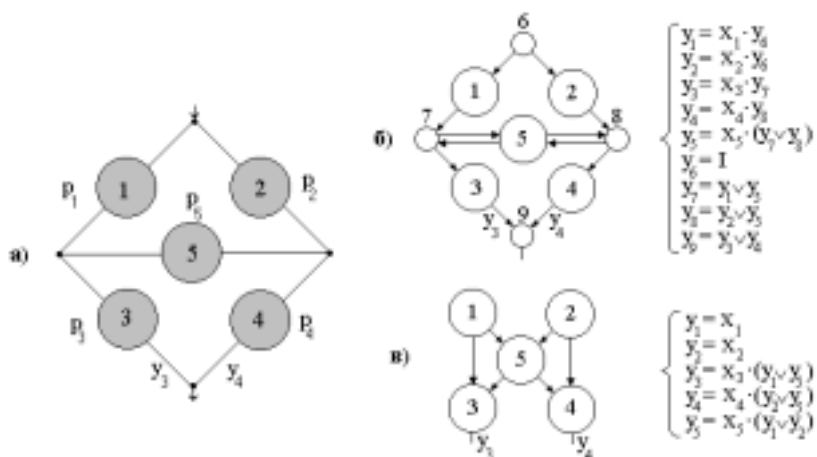
Пример 1.

(структурные схемы надежности мостиковой системы)

На рис.6.а изображен стандартный граф связности пятиэлементной мостиковой системы. На этом графе пронумерованными кружками обозначены вершины, соответствующие элементам некоторой технической системы. Вершины 1 и 2 представляют события безотказной работы основного и резервного источников энергии, 3, 4 - безотказной работы основного и резервного потребителей, 5 - коммутирующего устройства (перемычки).

На рис.6.б приведен вариант СФЦ мостиковой системы, в которой соединительные точки ребер графа связности представлены фиктивными вершинами 6-9. Внешне эта СФЦ наиболее близка (подобна) традиционному графу связности.

Рис.6. Структурные схемы мостиковой системы

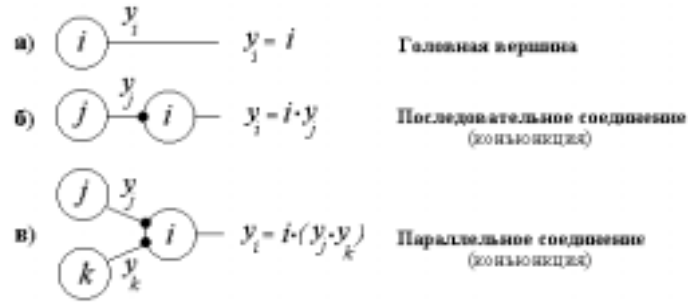


На рис.6.в изображен другой, более компактный вариант СФЦ мостиковой системы. Для каждого варианта СФЦ справа записана соответствующая система логических уравнений. Обе рассмотренные СФЦ являются эквивалентными (тождественными), то есть одинаково представляют условия реализации выходных функций каждой функциональной вершиной. Для расчета надежности можно использовать любую из приведенных на рис.6 структурных схем. Результаты будут одинаковыми.

2.1.4. Конъюнктивные дуги в СФЦ

Конъюнктивные дуги используются в СФЦ наравне с дизъюнктивными дугами (см.рис.3). Однако направленность связей логического подчинения на концах конъюнктивных дуг обозначается не стрелками, а точками. С помощью конъюнктивных дуг в СФЦ представляются условия, когда элементы параллельных ветвей не дублируют (не резервируют) друг друга, а должны функционировать все вместе, одновременно.

Рис.7. Типовые варианты использования конъюнктивных дуг в СФЦ



Сравнивая рис.7 и рис.3 видим, что, по определению, головные вершины и последовательные соединения, изображенные в СФЦ с помощью одиночных дизъюнктивных и одиночных конъюнктивных дуг, являются совершенно одинаковыми как в логическом, так и в вероятностном смысле.

Главное назначение конъюнктивных дуг в СФЦ состоит в обеспечении возможности корректного учета зависимостей, требующих одновременного функционирования нескольких параллельных элементов, ветвей или подсистем структурной схемы. Так, логические условия реализации выходной функции (y_i) схемы, изображенной на рис.7.в, состоит в одновременной реализации функций (y_j и y_k), двух разных элементов j и k , что не могло быть представлено раньше с помощью графов связности.

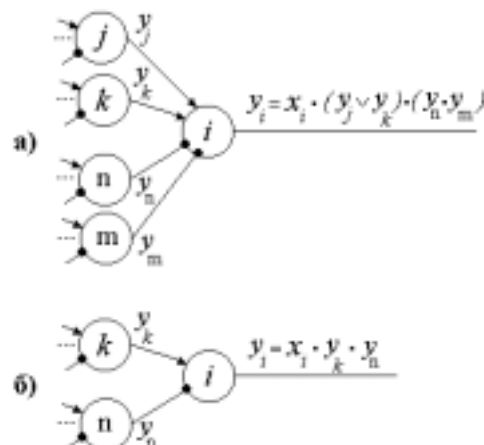
$$y_i = x_i \cdot (y_j \cdot y_k) \quad (5)$$

Конъюнктивные дуги в СФЦ позволяют иным, чем последовательное соединение, способом представить условия одновременной (конъюнктивной) реализации нескольких обеспечивающих функций в системе.

2.1.5. Совместное использование дизъюнктивных и конъюнктивных дуг в СФЦ

Важное место в СФЦ занимают приемы представления сложных, смешанных организационных отношений между несколькими обеспечивающими функциями вершин. В этом случае обеспечение элемента i определяется реализацией одновременно нескольких дизъюнктивных и конъюнктивных условий. Обобщенный вариант монотонной схемы такого смешанного фрагмента обеспечения в СФЦ изображен на рис.8.

Рис.8. Варианты смешанного обеспечения вершин СФЦ



СФЦ на рис.8.а представляет фрагмент системы, где, например, исполнительный элемент i обеспечивается тремя видами ресурсов:

j, k - электроэнергией;

n - водой;

m - воздухом.

Условия обеспечения элемента i воздухом y_m и водой y_n не резервированы, а обеспечение электроэнергией осуществляется от двух дублированных источников y_j или y_k .

Следует отметить, что в смешанных организационных отношениях между группами дизъюнктивных и группами конъюнктивных заходящих дуг всегда устанавливается знак логического умножения (знак конъюнкции). Это означает, что общая функция смешанного обеспечения реализуется, если имеются одновременно - все без исключения функции конъюнктивной группы и хотя бы одна функция дизъюнктивной группы. Полезно осмыслить один вырожденный, частный случай смешанного обеспечения, СФЦ которого приведена на рис.8.б. Здесь присутствуют две одиночные заходящие дуги обеспечивающие элемент i , одна дизъюнктивная y_k и одна конъюнктивная y_n . По правилам построения СФЦ между этими функциями в логическом уравнении записывается знак логического умножения.

2.1.6. Размножение функциональных вершин

Многие элементы в современных технических и организационных системах являются функционально сложными, т.е. могут выполнять (или не выполнять) не одну, а сразу несколько различных функций. Для реализации каждой из этих функций может потребоваться разное по составу и организации обеспечение. При этом, отказ такого многофункционального элемента приводит к отказу реализации всего множества его различных выходных функций.

Деревьями событий и графами связности такие многофункциональные элементы не представляются. Для учета многофункциональных элементов в СФЦ реализована возможность размноженного представления (размножения) функциональных вершин. То есть, в СФЦ разрешается отображение одного многофункционального элемента системы с помощью нескольких размноженных функциональных вершин. Число размноженных вершин обычно равно числу разных функций данного элемента, различные условия реализации которых, должны быть представлены в СФЦ.

Размноженные вершины должны иметь в СФЦ разные схемные номера. Эти номера объединяются в группу, которой сопоставляется один общий системный номер и параметр одного данного события. Типовая запись группы размноженных вершин следующая

$$\{i, j, k, m, n\} = i, p_i \quad (6)$$

В этой группе номер i является основным, системным. Он определяет индекс одного случайного события x_i безотказной работы многофункционального элемента и его вероятностного параметра p_i . Все остальные номера j, k, m, n группы являются дополнительными, схемными и определяют в СФЦ вершины, размноженные по разным функциям данного элемента i . Однако, все эти номера и вершины представляют с СФЦ одно единственное простое событие x_i с собственным вероятностным параметром P_i .

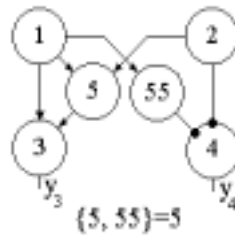
В одной СФЦ может быть несколько групп размноженных функциональных вершин. Вся информация о таких группах записывается отдельно от схемы в форме (6).

Пример 2.

(СФЦ усложненной мостиковой системы)

Как и в Примере 1 положим, что потребитель 3 обеспечивается энергией хотя бы от одного источника, от 1 непосредственно или от 2 через переключку 5. В отличие от Примера 1 допустим, что потребитель 4 должен обеспечиваться энергией от обоих источников одновременно, от 2 непосредственно, а от 1 через ту же переключку 5. Анализируя эти новые условия, видим, что две выходные функции переключки 5 теперь имеют разное обеспечение. Для питания нагрузки 3 функция y_3 может обеспечиваться как от источника 1, так и от источника 2. Для питания нагрузки 4 функция y_4 может и должна обеспечиваться только от источника 1. С помощью одной вершины 5 эти две разные по обеспечению выходные функции представить на графе невозможно. Но это можно сделать в СФЦ с помощью двух размноженных вершин с номерами, допустим, $\{5, 55\} = 5$. Такая СФЦ с размноженной вершиной 5 изображена на рис.9.

Рис.9. СФЦ мостиковой системы с размноженной переключкой

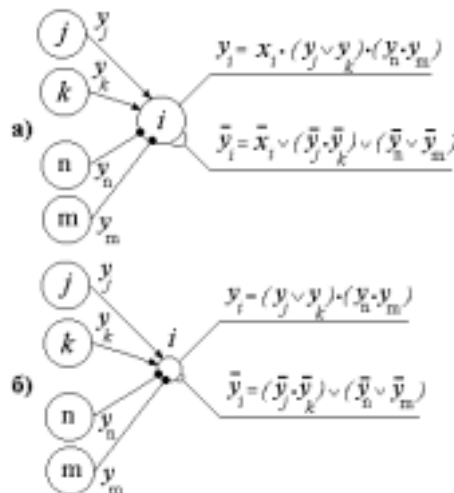


2.1.7. Представление логической операции инверсирования в СФЦ

Для реализации в ОЛВМ всех возможностей основного аппарата моделирования алгебры логики, в СФЦ предусмотрена возможность графического представления логической операции "НЕ" (инверсирования). Таким образом, набор логических операций, графически представляемых в СФЦ, является функционально полным ("И", "ИЛИ", "НЕ").

Графическое отображение логической операции инверсирования реализовано с помощью еще одного, второго вида выхода дуги из вершин СФЦ, который назван инверсным выходом. Этот, выход можно отображать на любой функциональной, фиктивной или размноженной вершине. Типовые примеры изображения инверсных выходов вершин в СФЦ приведены на рис.10.

Рис.10. Примеры изображения инверсных выходов в СФЦ



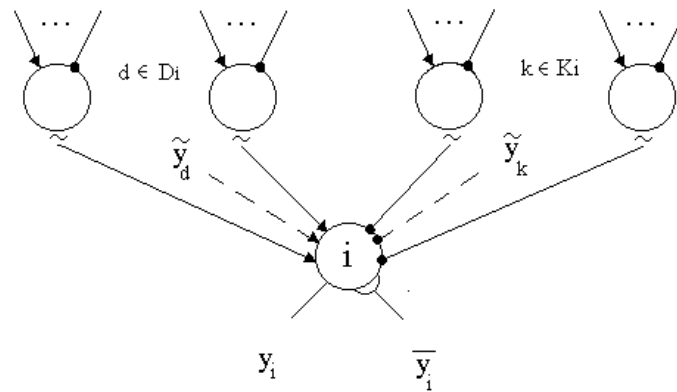
СФЦ на рис.10.а отличается от СФЦ на рис.8.а наличием второго инверсного выхода \bar{y}_i функциональной вершины i . По смысловому содержанию инверсный выход является точной логической противоположностью прямого выхода из вершины, который применялся во всех ранее рассмотренных структурных схемах. Например, если прямой выход используется для обозначения условия работоспособности или безопасности системы, то инверсный выход точно и однозначно представляет условия неработоспособности этой системы или условия возникновения аварийной ситуации.

На рис.10.б приведено изображение и логическое уравнение инверсного выхода из фиктивной вершины СФЦ.

2.1.8. Обобщенный структурный фрагмент СФЦ

Рассмотренные выше изобразительные средства СФЦ (см. рис.2-10 и выражения (1-5)), можно представить одним обобщенным структурным фрагментом и двумя базовыми аналитическими соотношениями (логическими уравнениями). Схема обобщенного структурного фрагмента СФЦ приведена на рис.11.

Рис.11. Схема обобщенного фрагмента СФЦ



На рис.11 в обобщенном виде представлены все рассмотренные выше типовые фрагменты СФЦ. Обеспечивающие вершины разделены на две группы - дизъюнктивную и конъюнктивную. Номера d обеспечивающих вершин дизъюнктивной группы составляют множество D_i , а номера k обеспечивающих вершин конъюнктивной группы составляют множество K_i . С помощью знака “тильда” на схеме обозначена возможность использования в СФЦ любого из двух возможных выходов обеспечивающих вершин - прямого или инверсного. Знаком тильды отмечены и выходные интегративные функции обеспечивающих вершин, которые также могут быть прямыми или инверсными

$$\tilde{Y}_d = \{y_d, \bar{y}_d\}; \quad (7)$$

$$\tilde{Y}_k = \{y_k, \bar{y}_k\};$$

С учетом принятых обозначений интегративные функции прямого и инверсного выходов вершины i обобщенного фрагмента СФЦ определяются следующими универсальными, базовыми логическими уравнениями.

Для прямой выходной интегративной функции

$$a) \quad y_i = i \cdot \left(\bigvee_{d \in D_i} \tilde{Y}_d \right) \cdot \left(\big\& \tilde{Y}_k \right), \quad i - \text{функциональная вершина} \quad (8)$$

$$b) \quad y_i = \left(\bigvee_{d \in D_i} \tilde{Y}_d \right) \cdot \left(\big\& \tilde{Y}_k \right), \quad i - \text{фиктивная вершина}$$

Для инверсной выходной интегративной функции

$$a) \quad \bar{y}_i = \bar{i} \bigvee \left(\big\& \bar{Y}_d \right) \bigvee \left(\bigvee_{k \in K_i} \bar{Y}_k \right), \quad i - \text{функциональная вершина} \quad (9)$$

$$b) \quad \bar{y}_i = \left(\big\& \bar{Y}_d \right) \bigvee \left(\bigvee_{k \in K_i} \bar{Y}_k \right), \quad i - \text{фиктивная вершина}$$

Выражения (8.а) и (9.а) определяют случай, когда вершина i функциональная, а (8.б) и (9.б), когда вершина i фиктивная (см. рис.4).

В базовых аналитических уравнениях части, выделенные круглыми скобками, называют, соответственно, дизъюнктивной и конъюнктивной группами составляющих функции обеспечения (ФО) вершины i . В дизъюнктивные группы объединены выходные интегративные функции \tilde{Y}_d тех вершин (множество номеров $d \in D_i$), которые обеспечивают реализацию прямого выхода y_i вершины i по логике "ИЛИ", а в конъюнктивные группы объединены выходные интегративные функции \tilde{Y}_k тех вершин (множество номеров $k \in K_i$), которые обеспечивают реализацию прямого выхода y_i вершины i по логике "И".

Из (8) и (9) могут быть легко получены все рассмотренные выше частные фрагменты СФЦ и базовых логических соотношений. Например, если вершина i функциональная и в схеме ее обеспечения отсутствует (равна логической единице $\mathbf{1}$) конъюнктивная часть ФО (в схеме нет заходящих дуг с точками), то (8.а) точно представляет аппарат графов связности (см. рис. 8 и выражения (1)- (3)).

Если в схеме отсутствует дизъюнктивная часть ФО (нет заходящих дуг со стрелками), то из рис.11 и (8.а) получаем все типовые варианты использования конъюнктивных дуг в СФЦ (см.рис.7 и выражение (5)). Отсутствие в записях функций (8) и (9) всей ФО определяет головную (функциональную или фиктивную) вершину в СФЦ.

2.2.МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ СФЦ

2.2.1. Общие замечания и рекомендации

Построение схемы функциональной целостности является основой постановки задач проектного анализа надежности и безопасности систем. Как и любая другая постановочная задача, построение СФЦ, в своей главной содержательной части, является сугубо творческим, неформальным и, следовательно, абсолютно не алгоритмизируемым процессом. Постановку задачи проектного расчета надежности могут осуществлять профессиональные специалисты двух предметных областей, работающие совместно:

- разработчики (работники проектных отделов) и/или пользователи (заказчики), создающие и эксплуатирующие системные объекты, и получившие подготовку по основам технологии автоматизированного структурно-логического моделирования;

- системные аналитики (обычно работники исследовательских отделов), профессионально владеющие технологией автоматизированного структурно-логического моделирования.

Организация совместной работы разработчиков и системных аналитиков определена Стандартом предприятия [1]. При построении СФЦ разработчик осуществляет идентификацию и предварительное, общее, но логически строгое, описание условий реализации функций каждым элементом и исследуемой системой в целом. Системный аналитик выполняет окончательное строго формальное построение СФЦ по каждой функции проектируемой системы. После согласования этих СФЦ с разработчиком они используются в проектном расчете надежности системы.

При логическом описании и построении СФЦ необходимо учитывать ограничения и допущения, принятые в ОЛВМ моделирования и расчета надежности систем. Типовые допущения и ограничения следующие.

- бинарность, то есть возможность находиться только в двух несовместных состояниях, случайных событий $\bar{x}_i = \{x_i, \bar{x}_i\}$, с помощью которых представляются (моделируются) элементы $i = 1, 2, \dots, N$ системы;
- независимость в совокупности всех выделенных бинарных событий, которая означает, что собственные вероятностные параметры надежности $p_i(t)$ соответствующих элементов не изменяется в зависимости от того, отказали или не отказали другие элементы системы;
- неограниченность процессов восстановления элементов в моделях надежности восстанавливаемых систем, которая означает, что интенсивность ремонтных работ любого элемента не зависит от того, сколько элементов системы уже ремонтируется;
- в моделях надежности законы распределения случайного времени безотказной работы и восстановления всех элементов принимаются экспоненциальными;
- статистическая устойчивость вероятностных характеристик элементов, которая означает, что на рассматриваемом интервале времени работы системы собственные исходные параметры законов распределений элементов не изменяются;

Указанные допущения и ограничения свойственны большинству известных методик расчета надежности. В технологии АСМ эти ограничения и допущения не являются абсолютными и характеризуют только типовой набор средств для проектного расчета надежности и безопасности объектов. При необходимости, многие из ограничений могут быть сняты, путем совершенствования теории и адаптации технологических средств АСМ к конкретному классу задач проектной оценки надежности систем.

2.2.2. Основные этапы построения СФЦ

Выделение в проектируемой системе конечного числа элементов, которые в модели надежности представляются бинарными событиями, а в СФЦ функциональными вершинами. При этом следует учитывать следующие рекомендации.

- 2.2.2.1. Каждый выделенный элемент примерно в два раза увеличивает расчетную модель надежности системы. Поэтому число элементов не следует делать очень большим. Вместе с тем, недостаточное число элементов может привести к недопустимому снижению точности модели и проектной оценки надежности системы. Искусство выделения достаточного числа элементов определяется опытом разработчиков и постоянным сравнительным анализом различных вариантов. Для ориентировки можно сообщить, что последние проектные расчеты надежности содержали в структурных моделях систем от нескольких десятков до одной-двух сотен элементов.

- 2.2.2.2. Все выделенные элементы должны иметь наименования, соответствующие реальным объектам проектируемой системы. Одновременно, в логических описаниях элементов и вершин СФЦ должно быть четко и однозначно определено смысловое содержание каждого из двух состояний (несовместных исходов) всех бинарных событий.
- 2.2.2.3. Выделение бинарных событий должно соответствовать указанным выше допущениям и ограничениям ОЛВМ моделирования и расчета надежности. Приемы и способы снятия каких-либо из этих допущений в отчетных материалах описываются отдельно.
- 2.2.2.4. Для учета в моделях надежности многофункциональных элементов или подсистем выделяются группы размноженных функциональных вершин СФЦ и устанавливается соответствие их схемных и системных номеров вида (6).
- 2.2.2.5. Все выделяемые бинарные события должны быть параметрически определимыми. То есть должна быть обеспечена возможность обоснованного задания (нахождения, определения, вычисления и др.) числовых значений собственных вероятностных параметров надежности каждого элемента.
- 2.2.2.6. Для каждой функции системы и/или варианта аварийной ситуации (если они заданы) выделяется набор (подмножество) необходимых бинарных событий. Затем для каждой функции (аварийной ситуации) разрабатывается логически строгое описание условий реализации системных функций элементами и соответствующий граф $G(X, Y)$ схемы функциональной целостности. При выполнении этой работы полезно учитывать следующие рекомендации.
- 2.2.2.7. Для каждого выделенного бинарного события x_i определяются:
- смысловое содержание выходной функции y_i соответствующего элемента i в системе;
 - все логические условия реализации этой выходной функции в системе, сформулированные в терминах собственного события x_i и обеспечивающих функций y_j, y_k, \dots других элементов системы.
- 2.2.2.8. Для представления сложных логических отношений и для повышения наглядности, в описание структуры системы могут вводиться фиктивные вершины, на которых осуществляется необходимая группировка логических условий.
- 2.2.2.9. Главный критерий описания и построения СФЦ заключается в том, чтобы логически определить и графическими средствами СФЦ изобразить все условия реализации в системе прямых выходных функций каждой выделенной функциональной и каждой введенной фиктивной вершиной. После этого построение структурной модели $G(X, Y)$ считается законченным.
- 2.2.2.10. Каждое законченное логическое описание и соответствующая СФЦ могут представлять одну или сразу несколько функций (или аварийных ситуаций). Поэтому для выполнения следующих этапов моделирования и расчета надежности необходимо задать один или сразу несколько логических критериев функционирования системы. Как описание ЛКФ представляет собой высказывание, в котором с помощью выходных функций $y_i, i = 1, 2, \dots, N$ одного или нескольких элементов задается условие функционирования всей системы. Аналитически ЛКФ представляет собой булеву функцию следующего вида:

$$Y_F = f(\{y_i\}, i = 1, 2, \dots, N) \quad (10)$$

Здесь F определяет номер функции (номер вида аварийной ситуации) системы, а N - общее число функциональных, размноженных и фиктивных вершин СФЦ.

2.2.2.11. Проверка полноты и правильности построения СФЦ и задания ЛКФ. Такая проверка должна выполняться постоянно в процессе проектного расчета надежности. Она предусматривает многократное, порой итерационное повторения всех этапов 4.2.1-4.2.4 построения СФЦ, в целях ее уточнения, исправления, расширения и проверки.

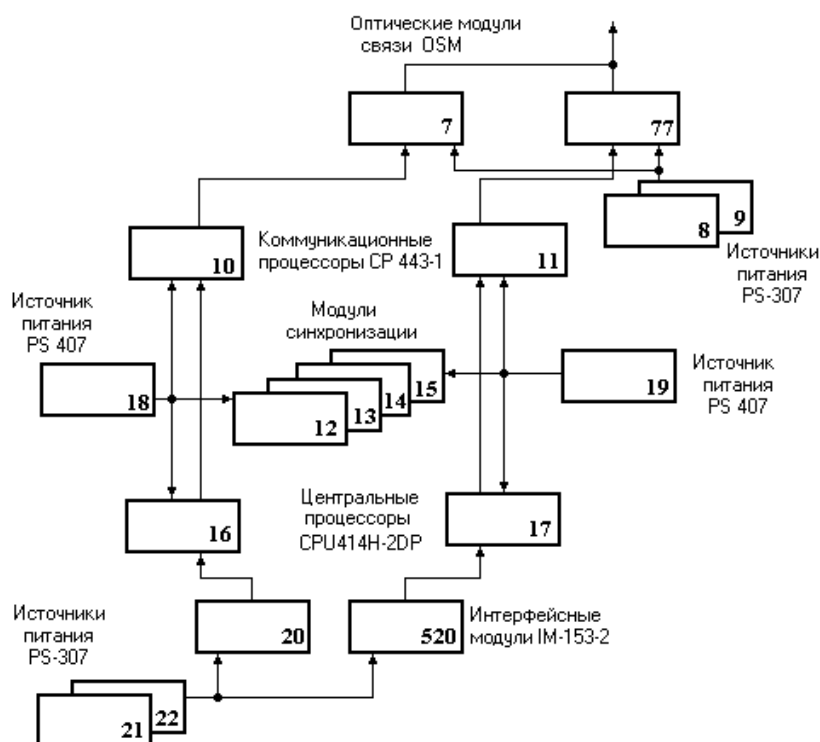
В заключении еще раз отметим, что логическое описание, СФЦ и система логических уравнений это разные по форме, но совершенно одинаковые по содержанию исходные, постановочные структурные модели надежности системы.

Пример 3.

(построение СФЦ контроллера РСУ)

На рис.12 изображена функциональная схема контроллера распределенной системы управления (РСУ). Она состоит из 20 элементов, собственные характеристики надежности которых, по мнению разработчика, существенно влияют на надежность контроллера РСУ в целом. Описание контроллера, приведенное в пояснительной записке к проекту, позволяет определить логические условия реализации функций каждым элементом системы. Реализацию пунктов методики 2.2 построения СФЦ осуществим путем раздельного построения сначала простых фрагментов структурной схемы, с последующим их объединением в общую СФЦ проектируемого контроллера РСУ в целом.

Рис.12. Функциональная схема контроллера РСУ



а) Цепь главных (основных) элементов контроллера РСУ

Логическое описание работы главной цепи элементов

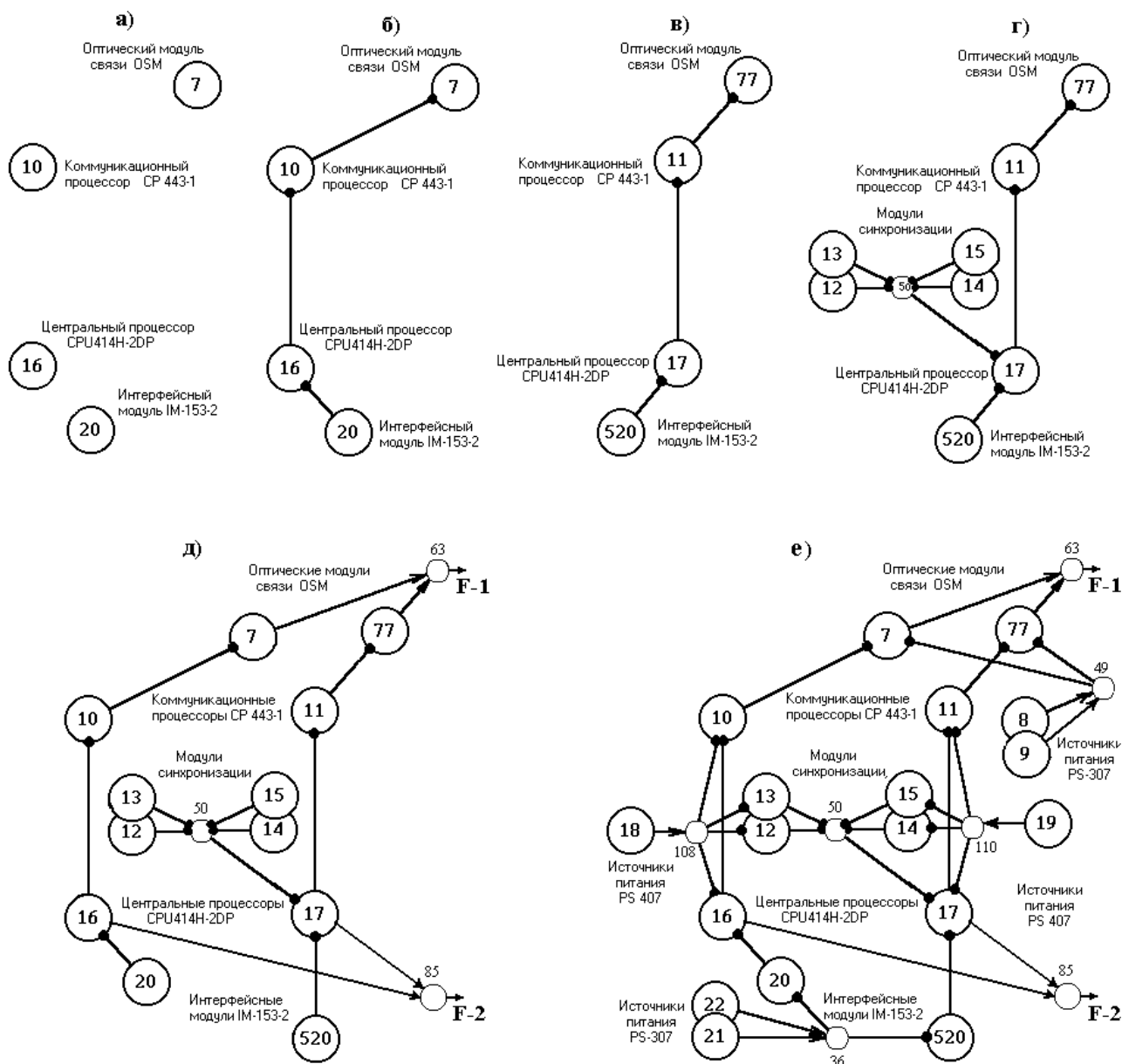
Основные функции контроллера реализуются четырьмя элементами – интерфейсным модулем 20, который обеспечивает центральный процессор 16, который, в свою очередь,

обеспечивает работу коммуникационного процессора 10, а тот обеспечивает оптический модуль связи 7.

Разработка фрагмента СФЦ главной цепи элементов

На основе логического описания главной цепи выделяем четыре бинарных события безотказной работы (или готовности) указанных элементов контроллера РСУ и представляем их функциональными вершинами с соответствующими номерами. Эти вершины изображены на рис.13.а.

Рис.13. Этапы разработки СФЦ контроллера РСУ



В соответствии с логическим описанием системы оптический модуль связи 7 реализует свою функцию y_7 , если сам не отказал (x_7) и его работа обеспечивается выходной функцией y_{10} коммуникационного процессора 10. В свою очередь, функционирование коммуникационного

процессора 10 определяется его собственной работоспособностью x_{10} и выходной функцией y_{16} центрального процессора 16, а тот обеспечивается функцией y_{20} интерфейсного модуля 20. Указанная цепочка функционального подчинения представлена графически в СФЦ на рис.13.б.

в) Резервная цепь элементов контроллера РСУ

Логическое описание работы резервной цепи элементов контроллера РСУ

Для увеличения надежности в контроллере РСУ реализовано групповое резервирование главной цепи элементами 520, 17, 11 и 77 соответственно (см.рис.12). Логика их функционального обеспечения аналогична рассмотренной выше логики работы элементов главной цепи.

Разработка фрагмента СФЦ резервной цепи элементов контроллера РСУ

Учитывая подобие условий функционального обеспечения, элементов основной и резервной цепи, строим фрагмент СФЦ резервной цепи в виде последовательного соединения функциональных вершин 520, 17, 11 и 77. СФЦ резервной цепи изображена на рис.13.в.

г) Подсистема синхронизации работы резервной цепи элементов

Логическое описание условий синхронизации работы резервной цепи

Информационная поддержка готовности резервной цепи обеспечивается непрерывной безотказной работой одновременно четырех модулей синхронизации 12, 13, 14, и 15. Непосредственное обеспечение синхронизацией резервной цепи осуществляется в контроллере через центральный процессор 17.

Разработка фрагмента СФЦ синхронизации резервной цепи

Для наглядности, условие одновременной безотказной работы модулей синхронизации в СФЦ представим с помощью четырех конъюнктивных дуг, заходящих в фиктивную вершину с номером 50. Тогда, одиночная конъюнктивная дуга из фиктивной вершины 50 в функциональную вершину 17, представит условие функционирования резервного центрального процессора 17. Этот фрагмент СФЦ приведен на рис.13.г.

д) Условия совместной работы главной и резервной цепей элементов контроллера РСУ

Описание условий совместной работы главной и резервной цепей

Данный контроллер реализует две выходные функции в системе. Функция F-1 управления процессами представления информации реализуется в системе при условии функционирования хотя бы одного из двух оптических модулей связи 7 или 77. Функция F-2 управления противоаварийной защитой реализуется при функционировании хотя бы одного из двух центральных процессоров 16 или 17.

Разработка фрагмента СФЦ условий совместной работы основной и резервной цепей

Указанные в описании логические условия совместной работы основной и резервной цепей контроллера РСУ представлены в СФЦ на рис.13.д. с помощью двух фиктивных вершин 85 и 63. Входящие в них пары дизъюнктивные дуг определяют реализованные в контроллере возможности основного и резервного режимов работы.

г) Завершение разработки общей СФЦ контроллера РСУ

Описание условий обеспечения питанием элементов контроллера РСУ

В соответствии с требованиями технического задания в контроллере реализовано групповое и поэлементное дублирование трех независимых групп источников (см.рис.12):

- коммуникационные процессоры и модули синхронизации основной (16, 10, 12, 13) и резервной (17, 11, 14, 15) цепей элементов контроллера обеспечиваются отдельными источниками автономного питания 18 и 19 типа PS-407;
- интерфейсные модули 20 и 520 обеспечиваются питанием от двух дублированных источников 8 и 9 типа PS-307;
- оптические модули связи 7 и 77 обеспечиваются питанием от двух других дублированных источников 21 и 22 того же типа;

Завершение разработки СФЦ контроллера РСУ

Каждая группа источников питания учитывается в СФЦ с помощью фиктивных вершин 108, 110, 49 и 36. Заходящие в них дизъюнктивные дуги представляют реализованные в контроллере режимы резервирования источников питания. Исходящие из этих вершин конъюнктивные дуги охватывают группы элементов, которые обеспечиваются питанием от соответствующих источников.

Окончательный вариант СФЦ контроллера РСУ изображен на рис.13.е.

Следует отметить, что одна и та же система может быть корректно представлена множеством различных форм ее логического описания и видов СФЦ, что определяется опытом разработчиков, стилем их логического мышления и сложившейся практикой моделирования и расчета надежности конкретных видов, типов и классов систем.

2.3. ЗАДАНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ КРИТЕРИЕВ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ И ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕМЕНТОВ

После построения СФЦ, на завершающем этапе постановки задачи расчета надежности проектируемой системы, определяются параметры надежности элементов и логические критерии ее функционирования.

Пример 4

(задание ЛКФ и определение параметров элементов контроллера РСУ)

Продолжая постановку задачи проектного расчета надежности контроллера РСУ (его СФЦ была разработана в примере 3) положим, что в техническом задании предусмотрен расчет надежности для каждой из двух выходных функций F-1, F-2, при условии их непрерывной реализации в течение одного года ($t = 8760$ часов). Исходя из СФЦ контроллера, (см. рис.13), логические критерии, определяющие условия реализации первой F-1 и второй F-2 функций, составляют:

$$\begin{aligned} Y_{F-1} &= y_{63}; \\ Y_{F-2} &= y_{85}; \end{aligned} \quad (11)$$

Согласно ТЗ расчет показателей безотказности реализации каждой функции контроллером РСУ должен производиться как без учета восстановлений отказавших элементов (нижняя оценка надежности), так и с учетом неограниченного восстановления (верхняя оценка надежности). Непосредственному вычислению подлежат следующие показатели:

$P_F(t)$ - вероятность безотказной работы невосстанавливаемой системы по реализации функции F за год наработки;

T_{oF} - средняя наработка до отказа невосстанавливаемой системы по функции F;

$KГ_F$ - коэффициент готовности восстанавливаемой системы по функции F;

$T_{ноF}$ - средняя наработка на отказ восстанавливаемой системы по функции F; (12)

$T_{вF}$ - среднее время восстановления системы по функции F;

$P_{вF}(t)$ - вероятность безотказной работы восстанавливаемой системы по реализации функции F за год наработки;

B_i^+ - положительные вклады каждого элемента системы отдельно по показателям $P_F(t)$ и $KГ_F$.

Техническим заданием установлены следующие требования к уровню надежности проектируемого контроллера РСУ:

- надежность реализации функции противоаварийной защиты $P_{F-2}(t) \geq 0.97$;
- надежность реализации остальных функции управления $P_{F-1}(t) \geq 0.95$; (13)
- коэффициент готовности по всем функциям $KГ_F \geq 0.99999$;
- среднее время восстановления по каждой функции $T_{вF} \leq 1.0$ час.

Необходимые для расчетов показателей (12) параметры надежности элементов контроллера получены из технической документации на комплектующие и приведены в табл.1.

Таблица 1. **Параметры надежности элементов контроллера РСУ**

№	Тип элемента	Источник	Кол- во	T_{oi} (год)	T_{vi} (час)
1	Интерфейсный модуль IM 153-2	Siemens	2	47.60	2
2	Центральный процессор CPU414H-2DP	Siemens	2	14.70	4
3	Коммуникационный процессор CP 443-1	Siemens	2	20.60	3
4	Оптический модуль связи OSM	Siemens	2	33.60	4
5	Модуль синхронизации	Siemens	4	150.00	2
6	Источник питания PS 307	Siemens	4	148.00	0.5
7	Источник питания PS 407	Siemens	2	71.50	0.5

В этой таблице T_{oi} – средняя наработка элемента до отказа в годах, а T_{vi} – среднее время восстановления элемента в часах.

В качестве аварийной ситуации техническим заданием определен одновременный отказ первой F-1 и второй F-2 функций контроллера. Предусмотрен расчет вероятности этой аварийной ситуации и комбинаторный анализ отказоустойчивости системы в целом.

Постановка задачи проектного расчета надежности контроллера РСУ методами и средствами технологии АСМ завершена.

3. СРЕДСТВА И МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Проектный расчет надежности с помощью технологии АСМ предусматривает последовательное построение двух видов расчетных моделей:

- логической функции работоспособности системы $Y_F = Y_F(\{x_i\}, i=1,2,\dots,H)$;
- многочлена расчетной вероятностной функции $P_F(t) = p_F(\{p_i(t), q_i(t)\}, i=1,2,\dots,H;t)$.

3.1. ПОСТРОЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ РАБОТОСПОСОБНОСТИ СИСТЕМ

3.1.1. Общая характеристика задачи логического моделирования

В качестве логической модели надежности системы используется булева функция, которую называют логической функцией работоспособности системы. Логическая ФРС представляет множество состояний, в которых система реализует соответствующий критерий своего функционирования. Это множество иногда называют областью состояний работоспособности системы. Однако в ОЛВМ понятие логической ФРС принято толковать расширенно, как логическая форма представления тех состояний системы, в которых (и только в которых) реализуется заданный критерий ее функционирования. При этом собственно логический критерий может определять самые разные свойства системы - работоспособность, неработоспособность, живучесть, безопасность, уровень эффективности, риск, готовность, неготовность и т.д.

На рис.14 изображена общая схема задачи определения логической ФРС. Исходными данными здесь являются СФЦ и ЛКФ системы.

Рис.14. Схема задачи определения логической ФРС



В основе процедуры определения ФРС лежат специальные методы и программные средства решения систем логических уравнений (СФЦ) для каждого заданного ЛКФ системы.

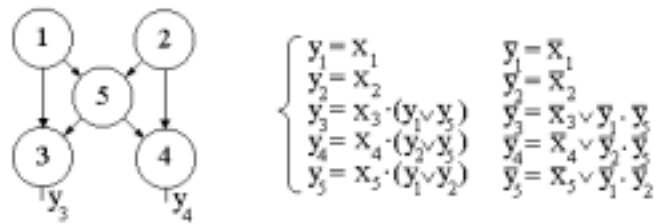
3.1.2. Определение ФРС методом прямой аналитической подстановки

Метод прямой аналитической подстановки является наиболее простым для ручного определения логических ФРС небольших и структурно не очень сложных систем. Содержание этого метода проиллюстрируем следующим примером.

Пример 5

(построение ФРС мостиковой системы)

Рис.15. СФЦ и полная система логических уравнений мостиковой системы



На рис.15. изображен один из вариантов СФЦ мостиковой системы, разработанной в Примере 1 (см. рис.6). Вместе с СФЦ приведена, соответствующая ей, полная система логических уравнений (для прямых и для инверсных выходных функций каждой вершины). Определим для данной мостиковой системы логическую ФРС, соответствующую критерию, кода работоспособность всей системы Y_p определяется реализацией выходных функций одновременно двумя элементами, и 3 и 4

$$Y_p = y_3 \cdot y_4 \quad (14)$$

Для определения ФРС используем метод прямой аналитической подстановки, который предусматривает последовательную замену в критерии (14) всех интегративных функций y_i их уравнениями, которые выбираются из системы на рис.14. Такая подстановка выполняется до тех пор, пока в полученном выражении не останется ни одного не раскрытого обозначения функции y_i , то есть все они будут заменены простыми логическими переменными x_i . Выполняя первую подстановку в (14) получаем

$$Y_p = y_3 \cdot y_4 = x_3 \cdot (y_1 \vee y_2) \cdot x_4 \cdot (y_2 \vee y_3).$$

На втором шаге заменяем уравнениями для функций y_1 , y_2 и y_3

$$Y_p = y_3 \cdot y_4 = x_3 \cdot (y_1 \vee y_2) \cdot x_4 \cdot (y_2 \vee y_3) = x_3 \cdot (x_1 \vee x_2 \cdot (y_1 \vee y_2)) \cdot x_4 \cdot (x_2 \vee x_3 \cdot (y_1 \vee y_2))$$

На третьем шаге выполняем подстановку уравнений для функций y_1 и y_2

$$\begin{aligned} Y_p = y_3 \cdot y_4 &= x_3 \cdot (y_1 \vee y_2) \cdot x_4 \cdot (y_2 \vee y_3) = x_3 \cdot (x_1 \vee x_2 \cdot (y_1 \vee y_2)) \cdot x_4 \cdot (x_2 \vee x_3 \cdot (y_1 \vee y_2)) = \\ &= x_3 \cdot (x_1 \vee x_2 \cdot (x_1 \vee x_2)) \cdot x_4 \cdot (x_2 \vee x_3 \cdot (x_1 \vee x_2)) \end{aligned}$$

В полученном выражении уже нет ни одной не раскрытой интегративной функции. Процесс подстановки завершен. Раскрывая скобки и преобразуя выражение по правилам алгебры логики, окончательно получаем искомую ФРС для заданного критерия

$$Y_p = y_3 \cdot y_4 = x_3 \cdot x_4 \cdot x_1 \cdot x_2 \vee x_3 \cdot x_4 \cdot x_1 \cdot x_5 \vee x_3 \cdot x_4 \cdot x_2 \cdot x_5 \quad (15)$$

В ОЛВМ, аналогичная подстановка позволяет получить и противоположную ФРС для критерия неработоспособности (отказа) рассматриваемой мостиковой системы

$$Y_o = \bar{y}_3 \vee \bar{y}_4 \quad (16)$$

Выполняем подстановку в (16) уравнений для инверсных выходов (см. рис.14)

$$\begin{aligned}
Y_o &= \bar{y}_3 \vee \bar{y}_4 = \bar{x}_3 \vee \bar{y}_1 \cdot \bar{y}_5 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{y}_2 \cdot \bar{y}_5 = \\
&= \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \cdot (\bar{x}_5 \vee \bar{y}_1 \cdot \bar{y}_2) \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_2 \cdot (\bar{x}_5 \vee \bar{y}_1 \cdot \bar{y}_2) = \\
&= \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \cdot (\bar{x}_5 \vee \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2) \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_2 \cdot (\bar{x}_5 \vee \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2)
\end{aligned}$$

Раскрывая скобки в последнем выражении, получаем искомую логическую ФРС условий неработоспособности заданного режима функционирования мостиковой системы

$$Y_o = \bar{y}_3 \vee \bar{y}_4 = \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_5 \vee \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_5 \quad (17)$$

Из сопоставления СФЦ на рис.14 и полученных ФРС видим, что логическая функция (15), точно и однозначно представляет все кратчайшие пути успешного функционирования системы, а логическая функция (17) определяет все минимальные сечения отказов.

3.2. ПОСТРОЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ФУНКЦИЙ

3.2.1. Общая характеристика задачи определения ВФ

В качестве расчетной вероятностной модели надежности системы используется многочлен вероятностной функции $P_F(t) = p_F(\{p_i(t), q_i(t)\}, i=1,2,\dots,H;t)$, который должен точно определять (в рамках принятых ограничений и допущений) закон распределения времени безотказной работы системы, все состояния работоспособности которой представлены с помощью логической ФРС $Y_F = Y_F(\{\bar{x}_i\}, i=1,2,\dots,H)$.

Рис.16. Схема задачи определения ВФ



Параметрами $p_i(t), q_i(t) = 1 - p_i(t)$ многочлена ВФ являются, в простейшем случае, собственные вероятности безотказной работы или коэффициенты готовности отдельных элементов системы. В общем случае, это законы распределения времени безотказной работы всех элементов проектируемой системы.

В настоящее время разработано большое количество методов преобразования логических ФРС в ВФ. Все они характеризуются высокой громоздкостью и трудоемкостью процедур перехода, и их практическое применение возможно только при полной автоматизации. В ПК АСМ реализован один из наиболее эффективных способов определения ВФ, который назван комбинированным методом.

3.2.2. Комбинированный метод определения ВФ

Для точного решения задачи определения ВФ комбинированным методом выполняются, в общем случае, два последовательных преобразования исходной ФРС. Сначала осуществляется квазиортогонализация ФРС по одной логической переменной, а затем выполняется так называемый символичный переход к многочлену искомой ВФ. При допущении о независимости в совокупности всех элементарных бинарных событий $\bar{x}_i, i=1,2,\dots,H$, правила выполнения этих двух этапов состоят в следующем:

Правила выполнения этапа квазиортогонализации по одной переменной

Справка. Две конъюнкции логической функции называют ортогональными, если их логическое произведение равно нулю. Тогда события, которые представляют эти конъюнкции, являются несовместными, а вероятность их суммы равна простой сумме собственных вероятностей каждого события.

Все пары не ортогональных конъюнкций исходной ФРС проверяются на возможность их ортогонализации по следующему правилу

$$\gamma \cdot \tilde{x}_i \vee \gamma \cdot \varphi = \gamma \cdot x_i \vee \gamma \cdot \varphi \cdot \bar{x}_i \quad (18)$$

Здесь γ и φ части проверяемых конъюнкций, в которых отсутствует переменная \tilde{x}_i . Ортогонализирующее преобразование (18) не увеличивает общего числа конъюнкций исходной ФРС. Выполнив указанные преобразования над функциями (15) и (17), получаем:

$$\begin{aligned} Y_p &= y_3 \cdot y_4 = x_3 \cdot x_4 \cdot x_1 \cdot x_2 \vee x_3 \cdot x_4 \cdot x_1 \cdot x_5 \vee x_3 \cdot x_4 \cdot x_2 \cdot x_5 = \\ &= x_3 \cdot x_4 \cdot x_1 \cdot x_2 \vee x_3 \cdot x_4 \cdot x_1 \cdot x_5 \cdot \bar{x}_2 \vee x_3 \cdot x_4 \cdot x_2 \cdot x_5 \cdot \bar{x}_1 \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} Y_o &= \bar{y}_3 \vee \bar{y}_4 = \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_5 \vee \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_5 = \\ &= \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_5 \cdot x_3 \cdot x_4 \vee \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_4 \vee \bar{x}_4 \cdot x_3 \vee \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_5 \cdot x_3 \cdot x_1 \cdot x_4 \end{aligned} \quad (20)$$

Функции (19) и (20) получились полностью ортогональными, т.е. все их конъюнкции представляют несовместные события.

Правила выполнения этапа символьного перехода к многочлену вероятностной функции

Логическая ФРС является строгой аналитической формой описания сложного случайного события, вероятность которого необходимо определить с помощью искомой ВФ. В этом описании операция конъюнкции представляет произведение случайных событий, операция дизъюнкции – их сумму, а инверсии – противоположный исход события. Поэтому, для получения из ФРС многочлена ВФ достаточно выполнить символьные преобразования обозначений логических переменных и операций в обозначения вероятностных переменных и арифметических операций. Эти символьные преобразования должны осуществляться в точном соответствии с законами теории вероятностей по вычислению вероятностей произведений, сумм и дополнений случайных событий. Полный набор таких правил символьного перехода от ФРС к ВФ приведен на рис.17.

Рис.17. Правила символьного преобразования ФРС в ВФ

1. Преобразование переменных	2. Преобразование конъюнкций	3. Преобразование дизъюнкций	4. Преобразование инверсий
$x_i \Rightarrow P_i$ $\bar{x}_i \Rightarrow \bar{P}_i$	$\tilde{f}_j \cdot \tilde{f}_k \Rightarrow \begin{cases} \tilde{f}_j & \text{при } j=k, \sim_j = \sim_k \\ 0 & \text{при } j=k, \sim_j \neq \sim_k \\ \tilde{f}_j \tilde{f}_k & \text{при } j \neq k \end{cases}$	$\tilde{f}_j \vee \tilde{f}_k \Rightarrow \begin{cases} \tilde{f}_j & \text{при } j=k, \sim_j = \sim_k \\ 1 & \text{при } j=k, \sim_j \neq \sim_k \\ \tilde{f}_j + \tilde{f}_k - \tilde{f}_j \cdot \tilde{f}_k & \text{при } j \neq k \end{cases}$	$\bar{P}_i \Rightarrow Q_i = 1 - P_i$ $\bar{f}_j \Rightarrow 1 - f_j$

Применяя эти правила к ортогонализированным ФРС (19) и (20) получаем многочлены искомых вероятностных функций:

$$\begin{aligned} P_p(t) &= p_F(y_3 \cdot y_4; t) = p_3(t)p_4(t)p_1(t)p_2(t) + p_3(t)p_4(t)p_1(t)p_5(t)q_2(t) + \\ &+ p_3(t)p_4(t)p_2(t)p_5(t)q_1(t) \end{aligned} \quad (21)$$

$$Q_F(t) = q_F(\bar{y}_3 \vee \bar{y}_4; t) = q_3(t) \vee q_1(t)q_5(t)p_3(t)p_4(t) + q_1(t)q_2(t)p_3(t)p_5(t)p_4(t) + q_4(t)p_3(t) + q_2(t)q_5(t)p_3(t)p_1(t)p_4(t) \quad (22)$$

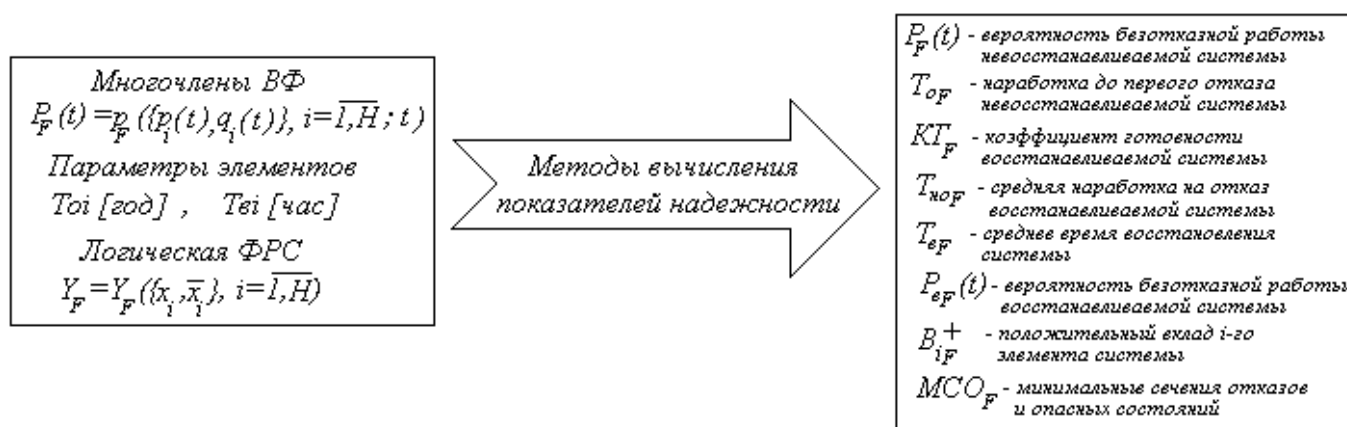
Ручное применение рассмотренных методов определения логических ФРС и многочленов ВФ для анализа реальных структурно-сложных систем с большим числом элементов невозможно из-за непреодолимой громоздкости процессов аналитического моделирования. В технологии АСМ эти задачи полностью автоматизированы, что позволяет строить высокоразмерные модели и определять все виды монотонных и немонотонных логических ФРС и многочленов ВФ по любым схемам функциональной целостности и логическим критериям функционирования.

4. МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ БЕЗОТКАЗНОСТИ СИСТЕМ

Обобщенная схема завершающего четвертого этапа проектного расчета надежности приведена на рис. 18.

В правой части схемы приведены типовые показатели надежности, вычисление которых предусмотрено требованиями государственных стандартов и руководящих документов по надежности автоматизированных систем управления. В технологии АСМ расчет указанных показателей выполняется на основе многочленов вероятностных функций, параметров надежности элементов и инверсированных логических функций работоспособности, представляющих все минимальные сечения отказов по каждой функции по проектируемой системе в целом.

Рис. 18. Схема задачи вычисления показателей надежности



4.1. РАСЧЕТ БЕЗОТКАЗНОСТИ НЕВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ СИСТЕМ

Справка. Невосстанавливаемыми называют системные объекты, в которых на рассматриваемом интервале времени t функционирования все элементы $i = 1, 2, \dots, N$ могут независимо отказывать, с интенсивностью T_{oi} , но ни один из этих элементов после отказа не восстанавливается.

4.1.1 Расчет вероятности безотказной работы невосстанавливаемой системы

Исходными данными для расчета этого показателя являются:

- многочлен $P_F(t)$ вероятностной функции рассматриваемого режима F функционирования исследуемой системы

$$P_F(t) = p_F(\{p_i(t), q_i(t)\}, i = 1, 2, \dots, N; t) \quad (23)$$

- числовые значения средней наработки до отказа T_{oi} всех элементов системы в годах;
- требуемое время t функционирования системы (наработка системы).

Сначала выполняется расчет вероятностей безотказной работы и отказа элементов системы для экспоненциального закона распределения времени их безотказной работы

$$\begin{aligned} p_i(t) &= e^{-\frac{1}{T_i}t}; \\ q_i(t) &= 1 - p_i(t). \end{aligned} \quad (24)$$

Подставляя аналитические выражения (24) в многочлен ВФ (23) получаем закон распределения времени безотказной работы системы по реализации функции F . На основе этого закона выполняются расчеты вероятности безотказной работы системы для заданной наработки t .

Следует отметить, что при условии независимости отказов элементов подобная подстановка возможна не только для экспоненциального, но и для любых других законов распределения времени безотказной работы элементов, если вид и параметры этого закона известны. Причем, эти законы могут быть разными для различных элементов рассматриваемой системы в целом.

4.1. 2. Расчет средней наработки до первого отказа

Аналитическое решение этой задачи связано с нахождением интеграла от многочлена (23) вероятностной функции надежности системы:

$$T_{oF} = \int_0^t P_{oF}(t) dt; \quad (25)$$

Если многочлен (23) представить в прямой форме без использования параметра $q_i(t)$ (заменив его на $1 - p_i(t)$), то интеграл (25) для экспоненциального закона берется непосредственно, в общем виде, и соответствующая расчетная формула средней наработки до первого отказа составляет

$$T_{oF} = \sum_{j=1}^M (zn_j) \frac{1}{\sum_{i \in K_j} \frac{1}{T_{oi}}} \quad (26)$$

Здесь M - число одночленов в преобразованном многочлене ВФ, (zn_j) - знак перед j -ым одночленом, а K_j - множество номеров элементов i , параметры $p_i(t)$ которых вошли в j -ый одночлен.

Так например, в результате преобразования к прямой форме многочлена (21) получаем

$$\begin{aligned} P_p(t) &= P_F(y_3 \cdot y_4; t) = p_3(t)p_4(t)p_1(t)p_2(t) + p_3(t)p_4(t)p_1(t)p_5(t)q_2(t) + p_3(t)p_4(t)p_2(t)p_5(t)q_1(t) = \\ &= p_3(t)p_4(t)p_1(t)p_2(t) + p_3(t)p_4(t)p_1(t)p_5(t)(1 - p_2(t)) + p_3(t)p_4(t)p_2(t)p_5(t)(1 - p_1(t)) = \\ &= p_3(t)p_4(t)p_1(t)p_2(t) + p_3(t)p_4(t)p_1(t)p_5(t) - p_3(t)p_4(t)p_1(t)p_5(t)p_2(t) + p_3(t)p_4(t)p_2(t)p_5(t) - \\ &\quad - p_3(t)p_4(t)p_2(t)p_5(t)p_1(t). \end{aligned} \quad (27)$$

Применяя к последнему выражению в (27) преобразование (26) находим формулу (алгоритм) вычисления средней наработки до отказа

$$T_{op} = \frac{1}{\frac{1}{T_{o3}} + \frac{1}{T_{o4}} + \frac{1}{T_{o1}} + \frac{1}{T_{o2}}} + \frac{1}{\frac{1}{T_{o3}} + \frac{1}{T_{o4}} + \frac{1}{T_{o1}} + \frac{1}{T_{o5}}} - \frac{1}{\frac{1}{T_{o3}} + \frac{1}{T_{o4}} + \frac{1}{T_{o1}} + \frac{1}{T_{o5}} + \frac{1}{T_{o2}}} + \frac{1}{\frac{1}{T_{o3}} + \frac{1}{T_{o4}} + \frac{1}{T_{o2}} + \frac{1}{T_{o5}}} - \frac{1}{\frac{1}{T_{o3}} + \frac{1}{T_{o4}} + \frac{1}{T_{o2}} + \frac{1}{T_{o5}} + \frac{1}{T_{o1}}} \quad (28)$$

После указанных аналитических преобразований исходного многочлена ВФ, вычисления средней наработки до отказа выполняется прямой подстановкой в (28) числовых значений T_{oi}

4.2. РАСЧЕТ БЕЗОТКАЗНОСТИ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ СИСТЕМ

Справка. Восстанавливаемыми называют системы, в которых все элементы, $i = 1, 2, \dots, H$, могут независимо отказывать с заданной интенсивностью $\lambda_i(t) = \lambda_i = const$, и неограниченно восстанавливаться, т.е. переходить в состояние работоспособности, с заданной интенсивностью восстановления $\mu_i(t) = \mu_i = const$.

4.2. 1. Расчет коэффициентов готовности элементов

Надежность элементов в восстанавливаемой системе характеризуется двумя параметрами

$$T_{oi} = \frac{1}{\lambda_i}; \quad T_{ei} = \frac{1}{\mu_i}. \quad (29)$$

Здесь T_{oi} - называют наработкой на отказ восстанавливаемого элемента. Оно равно среднему время безотказной работы элемента между двумя соседними отказами. Для экспоненциального закона оно численно совпадает со средней наработкой до первого отказа невосстанавливаемого элемента. Параметр T_{ei} определяет среднее время восстановления отказавшего элемента.

В качестве обобщенного исходного параметра надежности восстанавливаемого элемента может выступать его коэффициент готовности равный

$$KG_i = \frac{T_{oi}}{T_{oi} + T_{ei}} = \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \quad (30)$$

Можно говорить о следующих двух смысловых значениях коэффициента готовности. Во-первых, его значение определяет ту среднюю долю времени ($KG_i \cdot t$) из общей наработки t , в течение которой элемент является работоспособным, т.е. выполняет свои функции в системе. Остальную часть времени $(1 - KG_i) \cdot t$ элемент находится в состоянии отказа, т.е. восстанавливается. Во-вторых, коэффициент готовности равен вероятности события - застать восстанавливаемый элемент i в любой момент, на этапе времени t , в состоянии работоспособности. Аналогично, коэффициент неготовности $1 - KG_i$ равен вероятности - застать элемент в любой момент времени в состоянии неработоспособности (отказа, восстановления). Для принятых допущений эта вероятность не зависит от времени и является постоянной, на всем интервале t функционирования объекта, кроме очень короткого начального переходного периода.

4.2. 2. Расчет коэффициента готовности восстанавливаемой системы

Существует явное подобие в постановке и решении задач моделирования и расчета вероятности безотказной работы $P_F(t)$ невосстанавливаемой системы и коэффициента готовности KG_F той же системы, но при условии неограниченного восстановления элементов. В первой задаче вычисления $P_F(t)$ производятся с помощью многочлена ВФ, путем подстановки в него вероятностей безотказной работы $p_i = p_i(t)$ невосстанавливаемых элементов. Во второй

задаче вычисления $K\Gamma_F$ производятся с помощью того же многочлена ВФ, только в качестве параметров элементов используются коэффициенты готовности $p_i = K\Gamma_i$ восстанавливаемых элементов. Это позволяет, почти без изменений, применять рассмотренную в 6.1.1. методику расчета вероятности безотказной работы невосстанавливаемой системы, для определения коэффициента готовности той же, но восстанавливаемой системы.

1. Определяется многочлен (23) вероятностной функции рассматриваемого режима функционирования исследуемой системы;

2. Задаются или вычисляются значения коэффициентов готовности $p_i = K\Gamma_i$ и коэффициентов неготовности $q_i = 1 - p_i = 1 - K\Gamma_i$ всех $i = 1, 2, \dots, H$ элементов системы;

3. Эти аналитические или числовые значения параметров элементов подставляются в многочлен (23) вероятностной функции.

В результате аналитической подстановки получается расчетная формула (расчетная математическая модель) коэффициента готовности системы. Так например, заменяя в многочлене (21) обозначения всех $p_i(t)$ и $q_i(t)$ на обозначения $K\Gamma_i$ и $1 - K\Gamma_i$ соответственно, получаем искомую расчетную формулу коэффициента готовности системы

$$K\Gamma_F = \kappa_{\Gamma_F}(y_3 \cdot y_4) = K\Gamma_3 K\Gamma_4 K\Gamma_1 K\Gamma_2 + K\Gamma_3 K\Gamma_4 K\Gamma_1 K\Gamma_5 (1 - K\Gamma_2) + K\Gamma_3 K\Gamma_4 K\Gamma_2 K\Gamma_5 (1 - K\Gamma_1). \quad (31)$$

При подстановке в ВФ числовых значений коэффициентов готовности элементов производится расчет коэффициента готовности системы в целом.

Напомним, что рассмотренная методика правомерна, если допустима гипотеза о независимости отказов и неограниченного восстановления всех элементов системы.

4.2. 3. Расчет средней наработки между отказами и среднего времени восстановления

Коэффициент готовности является самой распространенной, но, к сожалению, далеко не самой полной характеристикой надежности восстанавливаемой системы. Так в частности, знание только $K\Gamma_F$ не позволяет определить такие важные характеристики, как среднюю наработку между отказами $T_{ноФ}$, среднее время восстановления $T_{вФ}$ и вероятность безотказной работы $P_{вФ}(t)$ восстанавливаемой системы.

В технологии АСМ для расчета указанных показателей применяются известные и новые приближенные методы. Основные расчетные формулы следующие:

$$T_{ноФ} = K\Gamma_F * \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^H \frac{\partial K\Gamma_F}{\partial K\Gamma_i} * \lambda_i * K\Gamma_i} \right) \quad (31)$$

$$T_{вФ} = (1 - K\Gamma_F) * \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^H \frac{\partial K\Gamma_F}{\partial K\Gamma_i} * \lambda_i * K\Gamma_i} \right) \quad (32)$$

4.2. 4. Расчет вероятности безотказной работы восстанавливаемой системы

В основе расчета этой важной характеристики лежат следующие допущения:

- вероятность безотказной работы восстанавливаемой системы характеризует событие наступления первого, даже очень кратковременного отказа системы в целом:
- случайное время до наступления первого отказа восстанавливаемой системы распределено по экспоненциальному закону с параметром

$$\lambda_{\text{э}} = \frac{T_{\text{ноF}}}{T_{\text{ноF}} + T_{\text{вF}}}$$

Тогда, оценочный расчет вероятности первого отказа восстанавливаемой системы выполняется по известной формуле для экспоненциального закона

$$P_{\text{вF}}(t) = e^{-\lambda_{\text{э}}t} = e^{-\frac{T_{\text{ноF}}}{T_{\text{ноF}} + T_{\text{вF}}}t} \quad (33)$$

Все рассмотренные методы расчета показателей надежности невосстанавливаемых и восстанавливаемых систем в технологии АСМ полностью автоматизированы и выполняются с помощью ПК АСМ. Это позволяет на этапе проектирования выполнять оперативный многовариантный анализ надежности высокоразмерных системных объектов произвольной структуры и организации функционирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Можяев А.С. Общий логико-вероятностный метод анализа надежности сложных систем. Уч. пос. Л.: ВМА, 1988. - 68с.
2. Черкесов Г. Н., Можяев А.С. Логико-вероятностные методы расчета надежности структурно-сложных систем. В кн. Надежность и качество изделий. М.: Знание, 1991, с.34-65.
3. Можяев А.С. Современное состояние и некоторые направления развития логико-вероятностных методов анализа систем. Часть-I. В сб.: Теория и информационная технология моделирования безопасности сложных систем. Вып.1. Под редакцией И.А. Рябинина. Препринт 101. СПб.: ИПМАШ РАН, 1994, с.23-53.
4. Mozhaev A.S. Theory and practice of automated structural-logical simulation of system. International Conference on Informatics and Control (ICI&C'97). Tom 3. St.Petersburg: SPIRAS, 1997, p.1109-1118.
5. Можяев А.С., Громов В.Н. Теоретические основы общего логико-вероятностного метода автоматизированного моделирования систем. СПб. ВИТУ, 2000. –145 с.
6. Можяев А.С. Программный комплекс автоматизированного структурно-логического моделирования сложных систем (ПК АСМ 2001). // Труды Международной Научной Школы 'Моделирование и анализ безопасности, риска и качества в сложных системах' (МА БРК – 2001). СПб.: Издательство ООО 'НПО 'Омега', 2001, с.56-61.
7. Нозик А.А. Методы проектного расчета надежности автоматизированных систем управления технологическими процессами. // Труды II международной научно-практической конференции. Часть I. "Микропроцессорные, аналоговые и цифровые системы: проектирование и системотехника, теория и вопросы применения". Новочеркасск: НПИ, 2002, -с.33-45.
8. Нозик А.А. Технология автоматизированного структурно-логического моделирования в проектных расчетах надежности систем. // Труды второй международной научной школы "Моделирование и анализ безопасности и риска в сложных системах". МА БР - 2002. СПб.: Издательство "Бизнес-Пресса", 2002, - с. 337-344.